



Pedro Filipe Dias Ferreira

Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

**Avaliação da resistência de colunas
tubulares de aço com secção poligonal
regular de parede fina**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil

Orientador: Rodrigo de Moura Gonçalves, Professor
Auxiliar, Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Filipe Pimentel Amarante dos Santos
Arguente: Prof. Doutor João Carlos Gomes Rocha de Almeida
Vogal: Prof. Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Fevereiro 2016

“Copyright” Pedro Filipe Dias Ferreira, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Ao professor Rodrigo Gonçalves pela orientação, pelos conhecimentos transmitidos e pela sua disponibilidade e paciência no desenvolvimento deste trabalho.

A todos os amigos que fiz na FCT.

Resumo

Avaliação da resistência de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

Na presente dissertação é analisada a estabilidade elástica e a resistência à compressão de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina, dando-se particular relevo à influência do modo de instabilidade distorcional. As análises lineares de estabilidade e as cargas de colapso elastoplásticas, incluindo as imperfeições geométricas, são determinadas recorrendo ao programa de elementos finitos ADINA. Faz-se uma comparação com a resistência obtida com o método do Eurocódigo 3 (EC3) e, com base nos resultados obtidos, procede-se a recomendações quanto à aplicação das disposições regulamentares do EC3.

Palavras chave:

Colunas aço de parede fina

Secções poligonais regulares

Encurvadura local

Encurvadura distorcional

Eurocódigo 3

Abstract

Assessment of the resistance of steel tubes with thin-walled regular polygonal cross-section

In the current dissertation is analyzed the elastic stability and the resistance of steel tubes with thin-walled regular polygonal cross-section under compression, giving particular emphasis to the influence of distortional buckling mode. The linear stability analysis and the collapse loads, with geometrical imperfections included, are determined using the finite element software ADINA. A comparison between the test results and the Eurocode 3 (EC3) is made and, based on the results obtained, recommendations are made on the application of the EC3 standards.

keywords:

Thin-walled steel columns

Regular polygonal cross-sections

Local buckling

Distortional buckling

Eurocode 3

Índice de Matérias

Índice de Matérias	ix
Índice de Figuras	xiii
Índice de Tabelas	xv
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos	xvii
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento	1
1.2 Cálculo da resistência de elementos comprimidos segundo o EC3	4
1.2.1 Classificação das secções transversais	4
1.2.2 O Método da Largura Efetiva	5
1.2.3 Resistência à compressão	8
1.3 Objetivos	9
1.4 Organização da dissertação	9
2 Instabilidade bifurcacional de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina	11
2.1 Introdução	11
2.2 Conceitos fundamentais	12
2.2.1 Estabilidade do equilíbrio	12
2.2.2 Instabilidade bifurcacional	13

2.2.3	Análise linear de estabilidade	14
2.3	Parâmetros intervenientes	15
2.4	Estabilidade de colunas tubulares de secção poligonal regular	16
2.4.1	Modo de instabilidade distorcional	16
2.4.2	Modo de instabilidade extensional	20
2.4.3	Modo de instabilidade local	22
2.4.4	Modo de instabilidade global	25
2.4.5	Modos críticos	27
2.4.6	Exemplo ilustrativo	29
3	Resistência de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina	31
3.1	Introdução	31
3.2	Modelação numérica	32
3.2.1	Tipos de análise	32
3.2.2	Caracterização geométrica	32
3.2.3	Condições de apoio e carregamento	32
3.2.4	Caracterização do aço	33
3.2.5	Tipo e malha de elementos finitos	33
3.2.6	Imperfeições geométricas iniciais	34
3.3	Análise de resultados	34
3.3.1	Modo de instabilidade distorcional	35
3.3.2	Modo de instabilidade local	38
3.4	Comparação entre o ADINA e o EC3	43
4	Conclusões e desenvolvimentos futuros	47
4.1	Conclusões	47
4.2	Desenvolvimentos futuros	48

Bibliografia	50
--------------	----

Índice de Figuras

1.1	Algumas das aplicações dos perfis tubulares de aço de secção poligonal regular.	1
1.2	Etapas do fabrico de um tubo com secção poligonal regular, obtido através da soldagem de duas chapas de aço (Officine Meccaniche Murgesi).	3
1.3	Execução de um mastro de aço de secção poligonal regular (Valmont Industries).	4
1.4	Quadro com os limites máximos das relações largura-espessura para componentes internos comprimidos (CEN, 2010).	6
1.5	Conceito de largura efetiva (adaptado de Trahair et al., 2008).	7
1.6	Rácios entre as tensões verificadas nas paredes dos elementos e fatores de encurvadura local (CEN, 2010).	8
2.1	Conceito de estabilidade do equilíbrio (Urutseg, 2009).	12
2.2	Instabilidade bifurcacional.	13
2.3	Trajectoria de equilíbrio de uma estrutura com e sem imperfeições iniciais.	14
2.4	Parâmetros geométricos de uma coluna com secção poligonal regular.	16
2.5	Modos de deformação da secção transversal (Gonçalves R. e Camotim D. (2013)).	17
2.6	Modo de instabilidade distorcional (Gonçalves R. e Camotim D. (2013)).	18
2.7	Variação da tensão de encurvadura com o comprimento de semi-onda (Gonçalves R. e Camotim D. (2013)).	19
2.8	Configuração dos modos de instabilidade distorcionais.	20
2.9	Modo de instabilidade extensional (Gonçalves R. e Camotim D. (2013)).	21
2.10	Configuração do modo de instabilidade extensional.	22

Índice de Figuras

2.11	Secção poligonal regular de 6 lados ($n = 6$).	22
2.12	Placa simplesmente apoiada e sujeita a compressão uniforme.	22
2.13	Configuração do modo de instabilidade local em secções com um número par de paredes.	24
2.14	Configuração dos modos de instabilidade locais em secções com um número ímpar de paredes.	25
2.15	Barra sujeita a compressão.	26
2.16	Configuração do modo de instabilidade de flexão.	27
2.17	Comparação da tensão de encurvadura mínima para os modos de instabilidade extensional e distorcional (Gonçalves R. e Camotim D., 2013).	28
2.18	Gama de parâmetros correspondentes aos modos críticos de encurvadura local e distorcional, para $\nu = 0.3$ (Gonçalves R. e Camotim D., 2013).	28
2.19	Análise de estabilidade de uma coluna com secção transversal com 10 lados.	30
3.1	Representação do perfil tipo analisado no ADINA, com as respetivas condições de fronteira, a carga aplicada e o sistema de eixos.	33
3.2	Comportamento de pós-encurvadura de elementos do tipo coluna e placa.	35
3.3	Configuração do modo de instabilidade distorcional.	36
3.4	Trajetórias tensão-deslocamento para uma imperfeição geométrica igual a $L/1000$	37
3.5	Mecanismo de colapso.	38
3.6	Configuração do modo de instabilidade local.	40
3.7	Trajetórias tensão-deslocamento para imperfeição geométrica igual a $b/200$	41
3.8	Mecanismo de colapso.	42
3.9	Gráfico fator de redução-esbelteza normalizada para o caso em que o modo de instabilidade distorcional é crítico, com imperfeição geométrica igual a $L/1000$	44
3.10	Gráfico fator de redução-esbelteza normalizada para o caso em que o modo de instabilidade local é crítico, com imperfeição geométrica igual a $b/200$	45

Índice de Tabelas

2.1	Parâmetros mecânicos adotados para o aço.	15
2.2	Constantes $A_1 - A_4$ para a encurvadura distorcional ($\nu = 0.3$).	17
2.3	Valores de k consoante o número de lados.	25
2.4	Parâmetros considerados	29
3.1	Imperfeições geométricas equivalentes.	34
3.2	Valores das grandezas obtidas para cada tipo de secção transversal e para diferentes esbeltezas normalizadas, para o caso em que o modo de instabilidade distorcional é crítico.	36
3.3	Valores das grandezas obtidas para cada tipo de secção transversal e para diferentes esbeltezas normalizadas, para o caso em que o modo de instabilidade local é crítico.	39

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

Abreviaturas e siglas

EC3	Eurocódigo 3
GBT	Teoria Generalizada de Vigas
MEF	Método dos Elementos Finitos
MLE	Método das Larguras Efectivas

Índices

$()_{cr,L}$	valor crítico local
$()_{cr,E}$	valor crítico extensional
$()_{cr,D}$	valor crítico distorcional
$()_{cr,G}$	valor crítico global
$()_{Ed}$	valor de cálculo dos esforços atuantes
$()_{Rd}$	valor de cálculo da resistência
$()_{pl}$	valor de cálculo plástico
$()_{eff}$	valor efectivo
$()_u$	valor de colapso
$()_y$	valor de cedência

Letras Latinas Maiúsculas

A	área da secção transversal de uma parede
E	módulo de elasticidade
E_r	erro relativo
L	comprimento do tubo
N	esforço axial

Letras Latinas Minúsculas

b	largura de uma parede da secção transversal
i	raio de giração da secção transversal
f_y	tensão de cedência característica do aço
m	número de semi-ondas do modo de instabilidade
n	número de paredes de uma secção poligonal regular
r	raio da secção poligonal regular
t	espessura das paredes de uma secção poligonal regular
u	componente do deslocamento do plano médio de uma parede segundo x
v	componente do deslocamento do plano médio de uma parede segundo y
w	componente do deslocamento do plano médio de uma parede segundo z

Letras gregas

β_1	quociente entre o comprimento do tubo e o raio da secção
β_2	quociente entre o raio da secção e a espessura das paredes
χ	fator de redução
γ_{M0}	coeficiente parcial de segurança para a resistência de secções transversais
$\bar{\lambda}$	esbelteza normalizada
ν	coeficiente de Poisson
ρ	parâmetro de redução das paredes das secções transversais de classe 4
σ	tensão normal
ψ	rácio entre tensões nas extremidades das paredes

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento

Os perfis tubulares de aço de parede fina de secção poligonal regular são, hoje em dia, utilizados em estruturas para as mais diversas finalidades, tais como em torres de suporte de linhas de distribuição de energia, torres de telecomunicações ou meteorológicas, torres para iluminação de estádios e espaços públicos, e em equipamentos ferroviários e rodoviários (Figura 1.1). Devido às suas diversas funcionalidades e aparência estética, este tipo de soluções tem tido, nas últimas décadas, um uso crescente em detrimento de outras soluções utilizadas para os mesmos propósitos.



(a) Torre de telecomunicações. (b) Torre para transporte de energia. (c) Poste para suporte de catenária. (d) Torre de iluminação pública.

Figura 1.1: Algumas das aplicações dos perfis tubulares de aço de secção poligonal regular.

As estruturas compostas por este tipo de elementos estruturais possuem as mais variadas

vantagens, as quais se enumeram de seguida:

- São estruturas bastante leves;
- Necessitam de uma reduzida área de implantação, pelo que o seu uso é bastante vantajoso em áreas urbanas onde o custo dos terrenos é muito elevado;
- São estruturas de fácil transporte e rápida execução, o que representa economia;
- São estruturas que têm um baixo impacto visual e apresentam um aspecto atrativo e arrojado;
- Possuem um comportamento à flexão independente da direcção da solicitação, uma elevada rigidez de torção e ainda um elevado desempenho à compressão, tendo em conta o seu reduzido peso;
- A otimização da resistência e rigidez pode ser efetuada alterando a espessura das paredes, mantendo as dimensões exteriores da secção;
- Possuem um elevado período de vida útil, resultante da aplicação de um tratamento anti-corrosivo de galvanização por imersão a quente;
- Possuem uma manutenção simples e económica.

O fabrico de torres, mastros e postes de secção transversal poligonal regular é realizado a partir de chapas de aço que são geralmente fornecidas em bobines (Figura 1.2a), usualmente com larguras entre os 760 e 2500 mm e espessuras de 1 a 6 mm. Estas estruturas são compostas por um determinado número de troços, normalmente com comprimentos entre os 4 e os 12 m, pelo que a quantidade de troços está diretamente ligada à altura final da estrutura. Estes troços podem ser feitos a partir de 1, 2, 3 ou 4 chapas, dependendo do diâmetro da secção transversal e da sua geometria. A opção de fabricar o troço a partir de uma ou mais chapas também depende do aproveitamento do material, do custo adicional da soldadura longitudinal e das limitações do equipamento de fabrico.

Tomando como exemplo um tubo com secção poligonal regular obtido através da soldagem de duas chapas de aço, o seu processo de fabrico é iniciado com o desenrolar e posterior corte longitudinal e transversal das chapas (Figura 1.2b), geralmente através de guilhotina ou máquina de oxicorte. Estas chapas são transportadas através de tapetes rolantes até à máquina de quinagem, onde são quinadas longitudinalmente de forma a obter o perfil com o número de lados desejado (Figura 1.2c). De seguida, as chapas são posicionadas uma sobre a outra (Figura 1.2d), onde é realizado o fecho do tubo através da soldadura longitudinal das extremidades das duas chapas (Figura 1.2e). Na fase seguinte é soldada a placa de base e são executadas as furações e soldadura dos elementos de suporte dos



Figura 1.2: Etapas do fabrico de um tubo com secção poligonal regular, obtido através da soldagem de duas chapas de aço (Officine Meccaniche Murgesi).

equipamentos. No caso de elementos estruturais cujo encaixe seja realizado com recurso a macacos hidráulicos, em cada extremidade dos troços são soldadas peças que permitem a ancoragem dos macacos para a aplicação das forças de encaixe. A fase final consiste na galvanização por imersão a quente, que consiste em mergulhar as peças num banho de zinco fundido a cerca de 450°C (Figura 1.2f), o que lhes confere uma elevada resistência à corrosão, constituindo assim um complemento de qualidade e durabilidade dos mesmos. Após a última etapa de fabrico, os tubos são devidamente acondicionados (Figura 1.2g), prontos a serem transportados para o local de implantação da estrutura.

A execução de estruturas tubulares de aço de secção poligonal regular é um processo rápido e que exige pouca mão-de-obra. Deve ser, preferencialmente, realizada na horizontal, onde os troços são dispostos ordenadamente sobre cavaletes ou travessas de madeira, em que as soldaduras dos perfis devem estar alinhadas e os vértices da secção coincidentes. A junção dos troços pode ser efetuada por meio de ligações por flanges aparafusadas ou por ligações por encaixe, sendo estas últimas as mais vulgarmente utilizadas. Neste caso, os troços são encaixados uns nos outros em que as ligações funcionam por atrito e por pressões de contacto entre as secções macho e fêmea. As secções são acopladas com recurso a macacos hidráulicos (Figura 1.3a), fazendo as secções fêmea deslizar sobre as secções macho. Após a montagem de todos os troços, são instalados os acessórios da estrutura, tais como as escadas, a plataforma, suportes de pára-raios, etc. A fase final consiste na elevação da estrutura com recurso a uma ou mais gruas (Figura 1.3b), dependendo do comprimento da estrutura, do seu peso, dos seus acessórios e da topografia do solo. Para evitar que os troços se desencaixem, devem ser fixados cabos de segurança desde a base até



(a) Encaixe dos troços. (b) Elevação da estrutura. (c) Ligação da estrutura à fundação.

Figura 1.3: Execução de um mastro de aço de secção poligonal regular (Valmont Industries).

ao ponto de amarração da grua. Depois de elevada, a base da estrutura é aparafusada aos chumbadouros da fundação de betão armado (Figura 1.3c).

1.2 Cálculo da resistência de elementos comprimidos segundo o EC3

O dimensionamento de estruturas metálicas é realizado de acordo com o Eurocódigo 3 (CEN, 2010). No caso particular de colunas tubulares de secção poligonal regular, o seu dimensionamento é realizado com base nas regras definidas nas normas EN1993-1-1 (Regras gerais de projecto de estruturas de aço) e EN 1993-1-5 (Regras para dimensionamento de elementos estruturais laminares planos ou placas), contidas no EC3. De seguida são descritas as regras para o dimensionamento de elementos à compressão, bem como alguns conceitos relativos ao Método da Largura Efetiva.

1.2.1 Classificação das secções transversais

A classificação de secções de acordo com a norma NP EN 1993-1-1 (CEN, 2010), tem como objetivo identificar em que medida a resistência e a capacidade de rotação de uma secção são limitadas pela ocorrência de encurvadura local. São definidas quatro classes, da seguinte forma:

- As secções transversais de Classe 1 são aquelas em que se pode formar uma rótula plástica, com a capacidade de rotação necessária para uma análise plástica, sem redução da sua resistência;
- As secções transversais de Classe 2 são aquelas em que a secção pode atingir o momento plástico, mas cuja capacidade de rotação é limitada pela encurvadura local;

1.2. Cálculo da resistência de elementos comprimidos segundo o EC3

- As secções transversais da Classe 3 são aquelas em que a tensão na fibra extrema comprimida, calculada com base numa distribuição elástica de tensões, pode atingir o valor da tensão de cedência, mas em que a encurvadura local pode impedir que o momento resistente plástico seja atingido;
- As secções transversais de Classe 4 são aquelas em que ocorre a encurvadura local antes de se atingir a tensão de cedência numa ou mais partes da secção transversal da secção.

As secções são classificadas comparando a esbelteza dos elementos que a constituem, $\lambda = c/t$, com os limites definidos no EC3, onde c e t são o comprimento e a espessura dos elementos. Assim, a classificação de uma secção transversal, sujeita a esforços de compressão, depende da relação entre a largura e a espessura das suas paredes, das ligações entre as paredes e do tipo de aço utilizado. Os limites definidos no EC3 abrangem as classes 1, 2, e 3, pelo que um componente que não satisfaça os limites da Classe 3 deverá ser considerado como sendo de Classe 4.

Os perfis tubulares de secção poligonal regular são classificados de acordo com a esbelteza das suas paredes, as quais, segundo o EC3, são consideradas como componentes internos comprimidos (Figura 1.4). Como estas secções são regulares (a largura e espessura das paredes são constantes), então, é apenas necessário efetuar os cálculos para uma única parede.

1.2.2 O Método da Largura Efetiva

O Método da Largura Efetiva (MLE) é preconizado pelo EC3 para a determinação da resistência de secções de classe 4. O MLE fornece uma aproximação para as complexas distribuições de tensões não uniformes em placas finas sujeitas a compressão. A incapacidade da parte central de uma placa de transmitir os acréscimos de tensão, deve-se à sua deformação fora do plano, a qual tem a configuração do modo de encurvadura elástico fundamental. Estas deformações reduzem a rigidez axial, concentrando as forças compressivas nos bordos da placa. Assim, este método prevê que tensões de magnitude f_y sejam uniformemente distribuídas ao longo de uma largura efetiva, b_{eff} , a qual não tem em conta a parte central da placa (Figura 1.5).

Na norma EN1993-1-5, é prescrita a metodologia para a obtenção das secções efetivas dos elementos de Classe 4, a qual se descreve de seguida.

A área efetiva A_{eff} da secção transversal de uma placa sujeita a compressão é obtida a

Componentes internos comprimidos						
				Eixo de flexão		
				Eixo de flexão		
Classe	Componente solicitada à flexão	Componente solicitada à compressão	Componente solicitada à flexão e à compressão			
Distribuição das tensões nos componentes (compressão positiva)						
1	$c/t \leq 72\varepsilon$	$c/t \leq 33\varepsilon$	quando $\alpha > 0,5$: $c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ quando $\alpha \leq 0,5$: $c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\varepsilon$	$c/t \leq 38\varepsilon$	quando $\alpha > 0,5$: $c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ quando $\alpha \leq 0,5$: $c/t \leq \frac{41,5\varepsilon}{\alpha}$			
Distribuição das tensões nos componentes (compressão positiva)						
3	$c/t \leq 124\varepsilon$	$c/t \leq 42\varepsilon$	quando $\psi > -1$: $c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ quando $\psi \leq -1^{*)}$: $c/t \leq 62\varepsilon (1 - \psi)\sqrt{(-\psi)}$			
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

*) $\psi \leq -1$ aplica-se quando a tensão de compressão $\sigma \leq f_y$ ou quando a extensão de tração $\varepsilon_y > f_y/E$

Figura 1.4: Quadro com os limites máximos das relações largura-espessura para componentes internos comprimidos (CEN, 2010).

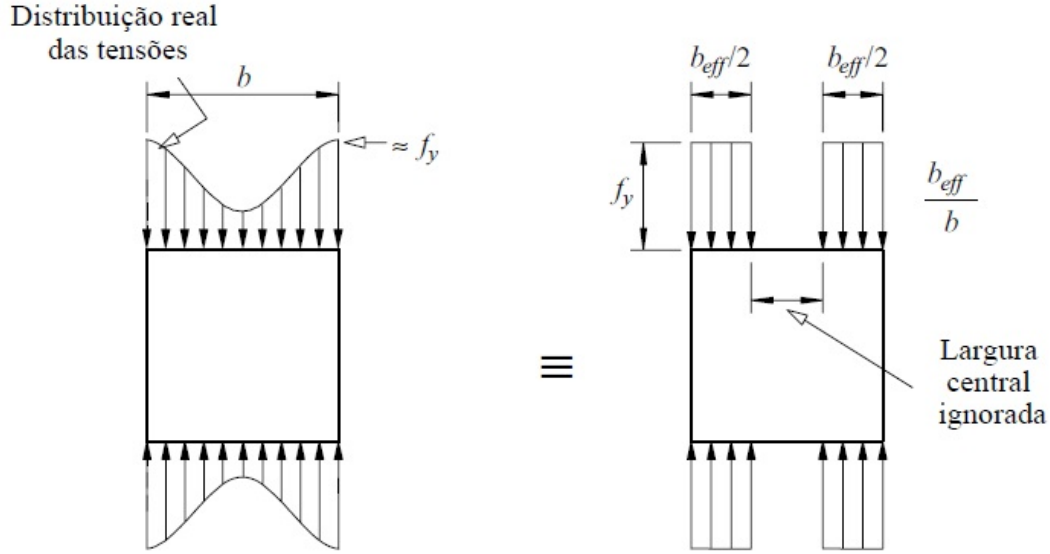


Figura 1.5: Conceito de largura efetiva (adaptado de Trahair et al., 2008).

partir da seguinte equação

$$A_{eff} = \rho A, \quad (1.1)$$

onde ρ é o fator de redução para a encurvadura de placa e A é a área total da secção da placa. Para elementos internos comprimidos, o fator de redução é obtido a partir da expressão

$$\rho = \begin{cases} 1, & \bar{\lambda}_p \leq 0,673 \\ \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3+\psi)}{\bar{\lambda}_p^2}, & \bar{\lambda}_p > 0,673 \end{cases} \quad (1.2)$$

onde o parâmetro ψ corresponde ao rácio entre as tensões verificadas nas extremidades das paredes da secção (Figura 1.6) e $\bar{\lambda}_p$ é a esbelteza normalizada da placa que é obtida através da expressão

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,p}}}, \quad (1.3)$$

onde f_y é a tensão de cedência do aço e $\sigma_{cr,p}$ é a tensão crítica elástica de uma placa. Esta tensão é dada pela expressão

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \frac{\pi^2 E t^2}{12(1-\nu^2)b^2}, \quad (1.4)$$

onde $k_{\sigma,p}$ é o coeficiente de encurvadura da placa, o qual depende do parâmetro ψ e do tipo de apoios da placa, E é o módulo de elasticidade, ν é o coeficiente de Poisson e b e t são, respetivamente, a largura e a espessura da placa. No Capítulo 2 é demonstrado

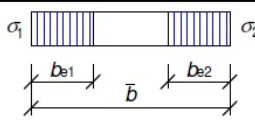
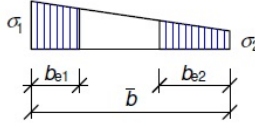
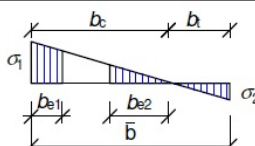
Distribuição das tensões (compressão positiva)				largura efectiva b_{eff}		
				$\psi = 1$: $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{eff}$ $b_{e2} = 0,5 b_{eff}$		
				$1 > \psi \geq 0$: $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5 - \psi} b_{eff}$ $b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$		
				$\psi < 0$: $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1 - \psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff}$ $b_{e2} = 0,6 b_{eff}$		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
factor encurv. k_σ	4,0	$8,2 / (1,05 + \psi)$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$

Figura 1.6: Rácios entre as tensões verificadas nas paredes dos elementos e fatores de encurvadura local (CEN, 2010).

analiticamente a obtenção da expressão (1.4), para o caso de uma placa simplesmente apoiada.

O esforço normal resistente de uma placa fina é dado pela expressão

$$N_{Rd} = A_{eff} f_y. \quad (1.5)$$

1.2.3 Resistência à compressão

Considere-se o caso de colunas tubulares de secção poligonal regular com n lados, ou seja, constituídas por n placas unidas entre si ao longo dos seus bordos longitudinais, que doravante se designam por paredes. Neste caso, para que uma coluna verifique a resistência à compressão, é necessário garantir que o valor de cálculo do esforço actuante seja inferior ao valor de cálculo do esforço resistente, pelo que a seguinte condição tem de ser verificada

$$N_{Ed} \leq N_{Rd}, \quad (1.6)$$

onde, de acordo com o EC3, o valor de cálculo do esforço normal resistente à compressão uniforme é quantificado pelas expressões

$$N_{Rd} = \frac{n A f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{para secções transversais de Classe 1,2 ou 3} \quad (1.7)$$

ou

$$N_{Rd} = \frac{nA_{eff}f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{para secções transversais de Classe 4,} \quad (1.8)$$

onde γ_{M0} é o coeficiente parcial de segurança para a resistência de secções transversais.

1.3 Objetivos

O objetivo desta dissertação é estudar o comportamento e a resistência de colunas com secção poligonal regular de parede fina sujeitas a compressão uniforme, as quais são suscetíveis à ocorrência de fenómenos de instabilidade distorcional e à ocorrência de modos de instabilidade “duplos”. Diz-se que um determinado elemento estrutural possui modos de instabilidade “duplos” quando, para uma determinada carga crítica, surgem dois modos de instabilidade. Este tipo de fenómenos não são tidos em conta no EC3.

1.4 Organização da dissertação

Este trabalho encontra-se organizado em quatro capítulos, em que o primeiro capítulo corresponde à presente introdução. É feita uma abordagem acerca da utilização, fabrico e execução de estruturas compostas por perfis tubulares com secção poligonal regular de parede fina e é descrita a metodologia preconizada pelo EC3 para o cálculo da resistência de elementos comprimidos.

No segundo capítulo é apresentado o comportamento de estabilidade elástica de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina.

No terceiro capítulo é abordada a resistência de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina, em que os resultados obtidos através do EC3 são comparados com os obtidos pelo programa de elementos finitos ADINA, considerando o efeito das imperfeições geométricas e o comportamento não linear do material. O capítulo é iniciado com a descrição dos aspetos de modelação numérica relevantes.

No quarto e último capítulo são resumidas as principais conclusões do trabalho efetuado e são apresentados possíveis desenvolvimentos futuros.

Capítulo 2

Instabilidade bifurcacional de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

2.1 Introdução

As estruturas compostas por perfis tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina são, hoje em dia, amplamente utilizadas em muitas áreas da engenharia, em particular em engenharia civil. Usualmente, o dimensionamento deste tipo de estrutura obedece a critérios de otimização estrutural, pelo que as paredes que a compõem são caracterizadas por uma elevada relação largura-espessura, sendo, por isso, estruturas muito suscetíveis à ocorrência de fenómenos de instabilidade estrutural. Neste capítulo apresenta-se o comportamento de bifurcação elástica de colunas tubulares de aço com secção transversal poligonal regular de parede fina, sujeitas a compressão uniforme. Em particular, identificam-se os diferentes modos de instabilidade que podem ocorrer neste tipo de secções. Essencialmente, este estudo é baseado no artigo de Gonçalves R. e Camotim D. (2013), onde o assunto foi pela primeira vez abordado.

O capítulo é iniciado com uma abordagem aos principais conceitos teóricos relativos à estabilidade estrutural, dando-se particular relevância ao conceito de instabilidade bifurcacional, que é fundamental para a compreensão do estudo que se desenvolve ao longo desta dissertação. Na secção seguinte são definidos os parâmetros geométricos e

Capítulo 2. Instabilidade bifurcacional de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

mecânicos adotados para secções poligonais regulares e, na última secção, é apresentado o comportamento de estabilidade de colunas com este tipo de secção.

2.2 Conceitos fundamentais

Nesta secção apresentam-se os conceitos teóricos necessários para a compreensão do estudo que se desenvolve ao longo desta dissertação, concretamente o conceito de estabilidade estrutural, a definição do fenómeno de instabilidade bifurcacional e de análise linear de estabilidade.

2.2.1 Estabilidade do equilíbrio

A estabilidade de uma determinada estrutura, numa determinada configuração de equilíbrio, está relacionada com a capacidade que esta tem de retornar à sua configuração após a introdução de uma perturbação externa, como é o caso de aplicação de forças e/ou imposição de deslocamentos. Após a cessação da perturbação, se a estrutura retornar à sua configuração original, considera-se que o equilíbrio é estável. Em caso contrário, diz-se que o equilíbrio é instável, se a configuração se afastar da original, ou neutro, se a configuração perturbada for de equilíbrio (independentemente da magnitude da perturbação). Os conceitos referidos são ilustrados na Figura 2.1.

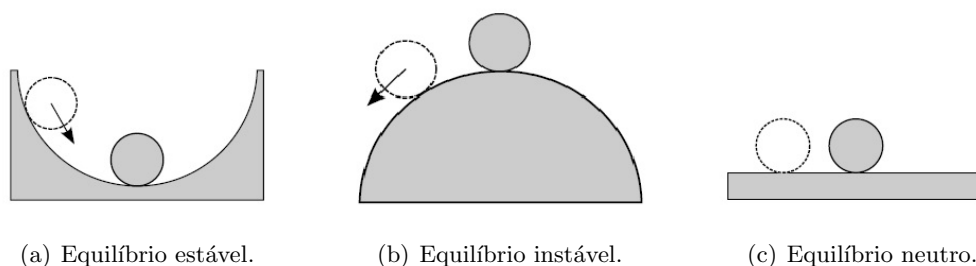


Figura 2.1: Conceito de estabilidade do equilíbrio (Urutseg, 2009).

As estruturas de aço são normalmente caracterizadas pela sua elevada esbelteza, pelo que o estudo da sua estabilidade tem um papel de elevada importância na sua segurança. Os fenómenos de instabilidade estrutural são, na terminologia portuguesa, vulgarmente designados de fenómenos de encurvadura, independentemente da sua natureza. A instabilidade de uma estrutura que evolui ao longo de uma determinada trajetória de equilíbrio (relação carga-deslocamento), pode surgir de dois modos (Reis A. e Camotim D., 2012):

- Ocorrência de uma bifurcação de equilíbrio, fenómeno designado por *instabilidade bifurcacional*.
- Ocorrência de um ponto limite, isto é, de um ponto onde a trajetória de equilíbrio (não-linear) tem derivada nula. Se a carga for aumentada, a estrutura passa, dinamicamente, para uma configuração afastada. Este fenómeno designa-se por *instabilidade por ponto limite* ou *instabilidade por “snap-through”*. Este tipo de instabilidade ocorre em sistemas estruturais como arcos abatidos e calotas esféricas.

2.2.2 Instabilidade bifurcacional

O tipo de instabilidade estrutural que é suscetível de ocorrer em colunas tubulares elásticas com secção poligonal regular sob compressão uniforme e sem imperfeições é a instabilidade bifurcacional. A Figura 2.2 ilustra um diagrama carga-deslocamento genérico de um problema de instabilidade bifurcacional. Considerando um elemento estrutural perfeito, submetido a um esforço de compressão incremental, este apresenta uma trajetória fundamental estável que pode ser linear ou não-linear, com início na origem do diagrama carga deslocamento e com fim num ponto que é denominado de ponto de bifurcação, onde a trajetória fundamental intersecta uma outra trajetória, designada de “trajetória de pós-encurvadura”. A partir deste ponto, a trajetória fundamental torna-se instável.

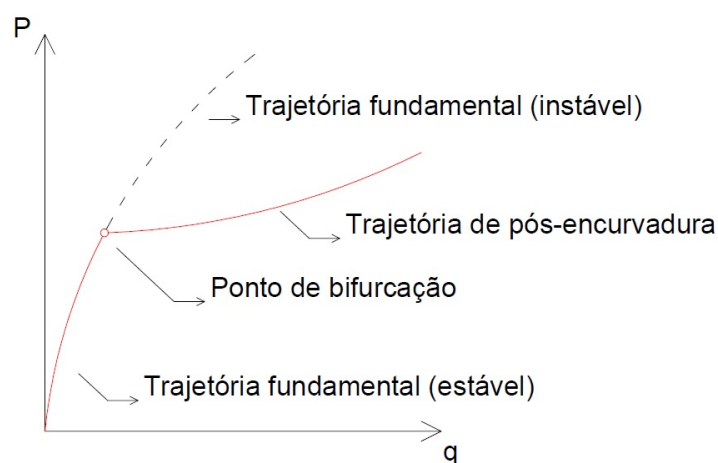


Figura 2.2: Instabilidade bifurcacional.

Os fenómenos de instabilidade bifurcacional manifestam-se em geral de maneira abrupta, o que significa que os deslocamentos ocorrem (em geral), subitamente e sem aviso. Estes fenómenos precipitam o colapso da estrutura, pelo que têm de ser contabilizados na verificação de segurança.

Capítulo 2. Instabilidade bifurcacional de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

A análise de um problema de instabilidade bifurcacional consiste na determinação das cargas de bifurcação, da configuração dos modos de instabilidade (os deslocamentos entre a trajetória fundamental e de pós-encurvadura na vizinhança do ponto de bifurcação) e de outras propriedades da trajetória de pós-encurvadura, sobretudo na vizinhança do ponto de bifurcação (nomeadamente se é estável ou instável). Uma estrutura real é um sistema contínuo que pode possuir infinitos graus de liberdade, o que significa que terá, também, infinitas cargas de bifurcação. Na grande maioria dos casos, apenas interessa a determinação da menor carga de bifurcação e do respectivo modo de instabilidade, os quais são denominados de “carga crítica de bifurcação” e de “modo crítico de instabilidade”, e são os que têm, em geral, mais relevância do ponto de vista do dimensionamento estrutural.

Apenas em sistemas muito simples é possível obter soluções analíticas exatas para as trajetórias de equilíbrio. Acresce referir que os sistemas estruturais reais, exibem sempre imperfeições geométricas iniciais, como por exemplo deslocamentos e/ou excentricidades de carga. Nestes casos não existe, em geral, ponto de bifurcação e a respetiva trajetória de equilíbrio tanto é mais próxima da estrutura perfeita, quanto menor for a amplitude da imperfeição (Figura 2.3).

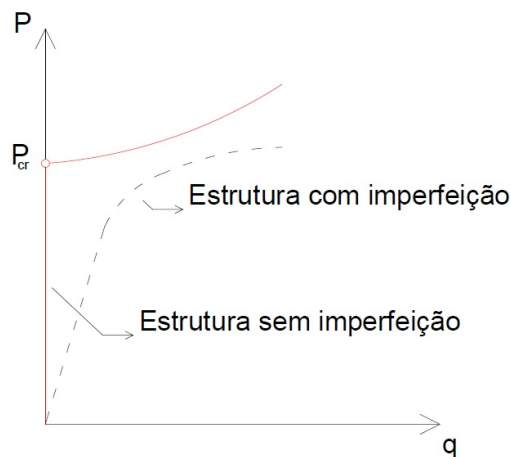


Figura 2.3: Trajetória de equilíbrio de uma estrutura com e sem imperfeições iniciais.

2.2.3 Análise linear de estabilidade

A determinação de esforços, tensões e deslocamentos de uma estrutura, provocados por um determinado conjunto de ações a que ela está sujeita, é, em geral, realizada através da análise linear de estruturas e pressupõe a hipótese da linearidade física dos materiais e da linearidade geométrica do sistema estrutural. Contudo, quando se pretende determinar as cargas de bifurcação e a configuração dos modos de instabilidade dessa mesma estrutura, é necessário analisar o comportamento geometricamente não-linear desta, através de uma

“análise linear de estabilidade”.

Uma análise linear de estabilidade aplica-se apenas a problemas de instabilidade bifurcacional e pressupõe o comportamento elástico linear dos materiais. Neste tipo de análise, estabelecem-se as equações de equilíbrio na configuração deformada mas linearizam-se essas equações relativamente graus de liberdade do sistema. Tudo se passa como se se estabelecessem as equações de equilíbrio numa configuração deformada que está apenas “ligeiramente afastada” da trajetória fundamental. Como não existe incremento de carga, em termos matemáticos, corresponde a um *problema de valores e funções próprias*, no caso de sistemas contínuos, e um problema de *problema de valores e vetores próprios*, no caso de sistemas discretos. Este tipo de análise não fornece qualquer informação sobre a trajetória de pós-encurvadura.

2.3 Parâmetros intervenientes

As colunas analisadas neste estudo possuem uma secção transversal fechada com diferentes geometrias poligonais regulares e estão sujeitas a compressão uniforme. As variáveis geométricas envolvidas no estudo são: o número de paredes da secção n , a sua largura e espessura b e t , respetivamente, o raio da circunferência na qual se inscreve a secção transversal r e a altura das colunas L (Figura 2.4). Contudo, o estudo da estabilidade deste tipo de perfis foi efetuado com base nos parâmetros geométricos adimensionais β_1 e β_2 , que são obtidos através das expressões

$$\beta_1 = \frac{L}{r} \quad (2.1)$$

e

$$\beta_2 = \frac{r}{t}. \quad (2.2)$$

Por sua vez, os parâmetros mecânicos envolvidos no estudo, são os usualmente admitidos para o aço e são indicados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Parâmetros mecânicos adotados para o aço.

Parâmetro mecânico	Símbolo	Valor	Unidade
Módulo de Young	E	210	GPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.3	-

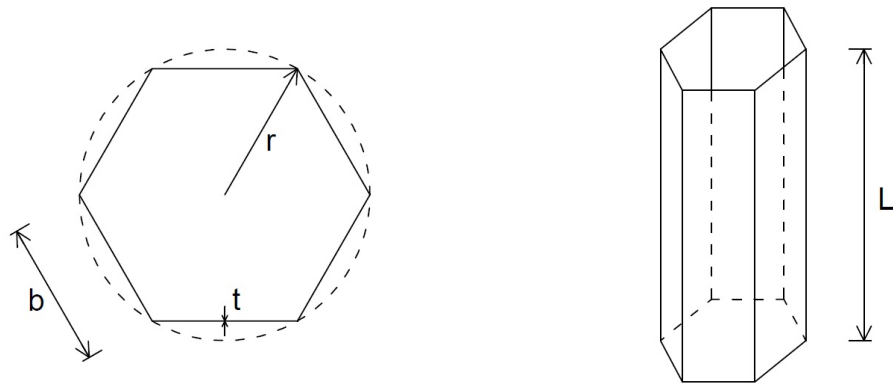


Figura 2.4: Parâmetros geométricos de uma coluna com secção poligonal regular.

2.4 Estabilidade de colunas tubulares de secção poligonal regular

Nesta secção é descrito o comportamento de estabilidade deste tipo de colunas, nomeadamente, cada um dos modos de instabilidade suscetíveis de ocorrer, fornecem-se expressões matemáticas para a determinação das cargas críticas de cada um desses modos e mostram-se as configurações dos modos respetivos de instabilidade. Define-se, também, a gama de valores dos parâmetros para os quais cada modo é crítico.

2.4.1 Modo de instabilidade distorcional

O modo de instabilidade distorcional, tal como o nome indica, consiste na distorção da secção transversal no seu plano com movimentos dos vértices, permanecendo indeformado o eixo da coluna.

Num recente estudo, efetuado por Gonçalves R. e Camotim D. (2013), o modo de instabilidade distorcional em colunas tubulares com secção poligonal regular foi pela primeira vez investigado. Este estudo foi realizado com recurso à Teoria Generalizada de Vigas (“Generalized Beam Theory”), daqui em diante designada de GBT (Schardt R., 1989). A GBT é um método numérico onde a configuração deformada da secção transversal é expressa como uma combinação linear de modos de deformação (da secção transversal). Este método permite uma análise modal dos problemas de estabilidade, possibilitando, deste modo, a determinação da percentagem de cada modo de deformação no modo de instabilidade da coluna, sendo, por isso, um método bastante vantajoso. Os modos de deformação da secção transversal considerados neste estudo estão ilustrados na Figura 2.5.

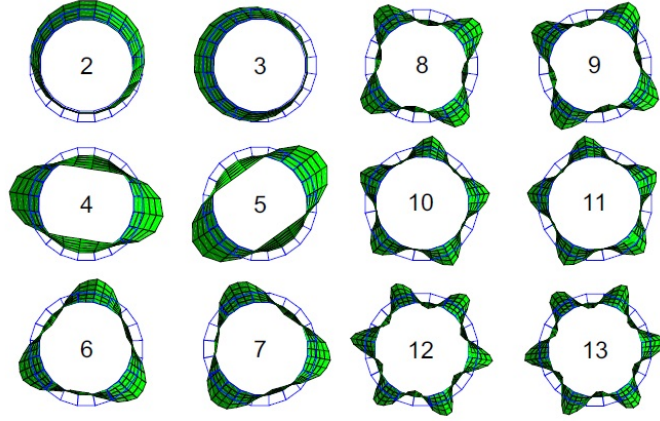


Figura 2.5: Modos de deformação da secção transversal (Gonçalves R. e Camotim D. (2013)).

O modo de deformação 1 corresponde à extensão axial, enquanto os modos de deformação 2 e 3 correspondem à rotação da secção em torno dos eixos principais de inércia. Os modos de deformação 4 e 5 correspondem à distorção da secção com 2 lóbulos, os modos 6 e 7 à distorção da secção com 3 lóbulos e assim sucessivamente. Um determinado modo de instabilidade distorcional será uma combinação de um ou mais modos de deformação.

A cada carga crítica distorcional correspondem, em geral, dois modos de instabilidade, em que as expressões analíticas para a determinação das tensões críticas distorcionais e para os associados comprimentos de semi-onda podem ser expressas em função de quatro constantes ($A_1 - A_4$), as quais dependem do coeficiente de Poisson, do número de lados n e do modo de deformação da GBT. As constantes para o primeiro modo distorcional (crítico) estão expressas na Tabela 2.2:

Tabela 2.2: Constantes $A_1 - A_4$ para a encurvadura distorcional ($\nu = 0.3$).

Modos	n	4	5	6	12	16	18	20	24
4 - 5	A_1	1.1072	0.6090	0.4925	0.4735	0.4815	0.4836	0.4858	0.4869
	A_2	0.2955	0.5360	0.6332	0.7070	0.7154	0.7169	0.7184	0.7191
	A_3	0.2959	0.4003	0.4022	0.3770	0.3704	0.3689	0.3675	0.3668
	A_4	0.0749	0.0996	0.8890	0.0722	0.0695	0.0690	0.0685	0.0682

Deste modo, as tensões críticas mínimas e o associado valor de β_1 são obtidos a partir das expressões

$$\sigma_{cr,D} = \frac{\left(A_3 + 2\sqrt{(A_1\beta_2^2 + A_2)A_4} \right) E}{\beta_2^2} \quad (2.3)$$

Capítulo 2. Instabilidade bifurcacional de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

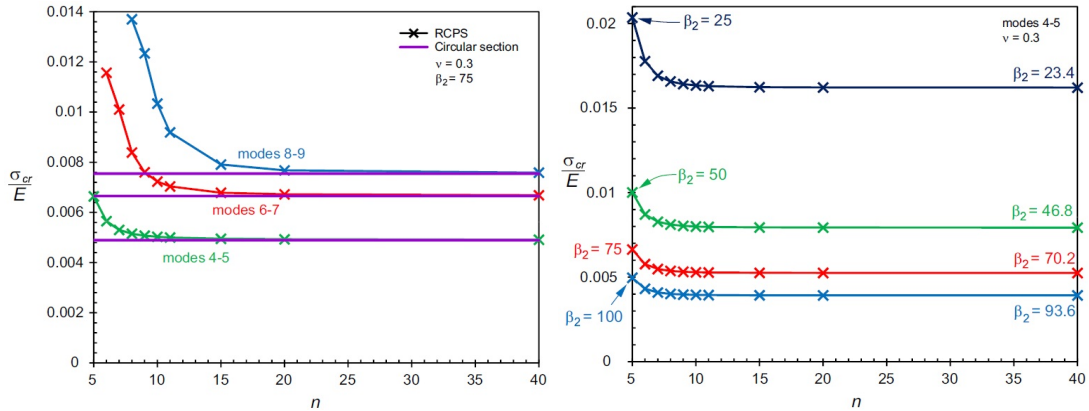
e

$$\frac{\beta_1}{m} = \sqrt[4]{\frac{A_1\beta_2^2 + A_2}{A_4}}. \quad (2.4)$$

onde m é o número de semi-ondas na direcção longitudinal.

No gráfico da Figura 2.6(a) mostra-se a variação da tensão mínima de bifurcação em função de n , para os pares de modos 4 e 5, 6 e 7, e 8 e 9, e ainda, as tensões críticas obtidas para cascas cilíndricas, referentes aos mesmos modos. O gráfico é referente ao caso de $\beta_2 = 75$, contudo resultados similares são obtidos independentemente do valor do parâmetro β_2 . Estes resultados mostram que:

- Para um dado par de modos, considerando que β_2 é constante, ou seja, o raio da secção e espessura das paredes constantes, a tensão de bifurcação diminui com o aumento de n .
- Para um dado valor de n , a tensão de encurvadura mínima corresponde sempre ao par de modos de deformação da secção transversal 4 e 5.
- À medida que n aumenta, as tensões de encurvadura tendem assintoticamente para aquelas obtidas para as cascas cilíndricas circulares. Para o primeiro par de modos, e para $n \geq 9$, as tensões críticas são inferiores em 4% às observadas para cascas cilíndricas circulares. Para pares de modos superiores, tal apenas é atingido para valores mais elevados de n .



(a) Variação da tensão mínima de encurvadura em relação a n . (b) Variação da tensão mínima de encurvadura para os modos 4 e 5, considerando a área e espessura da secção constantes.

Figura 2.6: Modo de instabilidade distorcional (Gonçalves R. e Camotim D. (2013)).

A Figura 2.6(b) mostra a variação da tensão mínima de encurvadura com n , para os modos 4 e 5, em que para cada curva, a área da secção transversal e a espessura das paredes

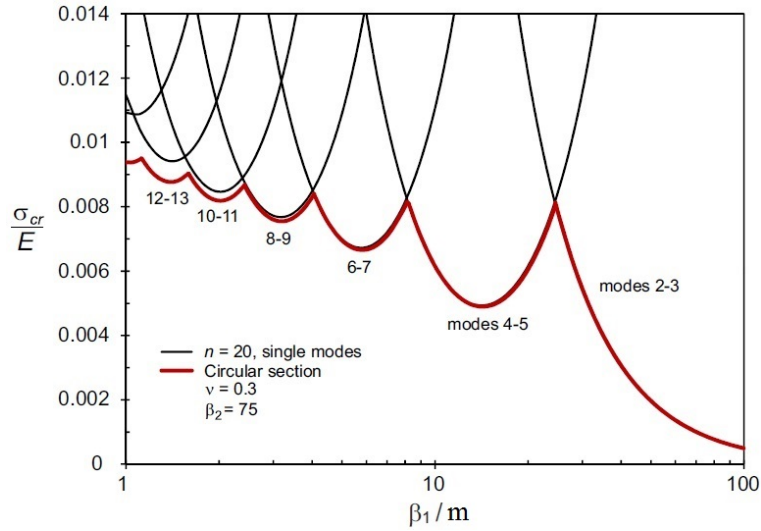


Figura 2.7: Variação da tensão de encurvadura com o comprimento de semi-onda (Gonçalves R. e Camotim D. (2013)).

são mantidas constantes. Com base nestas curvas é possível seleccionar a secção com o número apropriado de lados n a partir de uma determinada chapa de metal. Os resultados mostram que as tensões mínimas de encurvadura decrescem à medida que o número de lados aumenta, as quais tendem assintoticamente para os valores dos tubos circulares. Estes decréscimos são maiores para baixos valores de n e mais acentuados para baixos valores de β_2 .

Com o intuito de avaliar a variação das tensões de encurvadura distorcional com o comprimento de semi-onda β_1/m , na Figura 2.7 é analisado o caso particular de $n = 20$, $\beta_2 = 75$ e $\nu = 0.3$. Na figura são mostradas as variações das tensões de bifurcação para os mais relevantes modos de deformação de distorção da GBT, onde o par de modos 2 e 3 corresponde ao modo de instabilidade global ou por flexão. Para fins de comparação, o gráfico mostra também os resultados para um tubo circular cujos valores dos parâmetros são os mesmos. Deste modo, conclui-se que encurvadura global é crítica para valores altos de β_1/m , ao passo que a encurvadura distorcional com modos duplicados com um número crescente de lóbulos torna-se crítica à medida que o parâmetro β_1/m decresce. Ademais, tal como foi concluído da Figura 2.6(a), para $n = 20$, a tensão de encurvadura mínima para os modos 4 e 5 praticamente coincide com a dos tubos circulares. À medida que o número dos modos aumenta, as diferenças entre tubos circulares e tubos com secção poligonal regulares aumentam também, com a mínima tensão de encurvadura sendo obtida para tubos circulares.

Na Figura 2.8 estão ilustradas as configurações dos dois primeiros modos de instabilidade distorcional das secções de 6 e 12 lados:

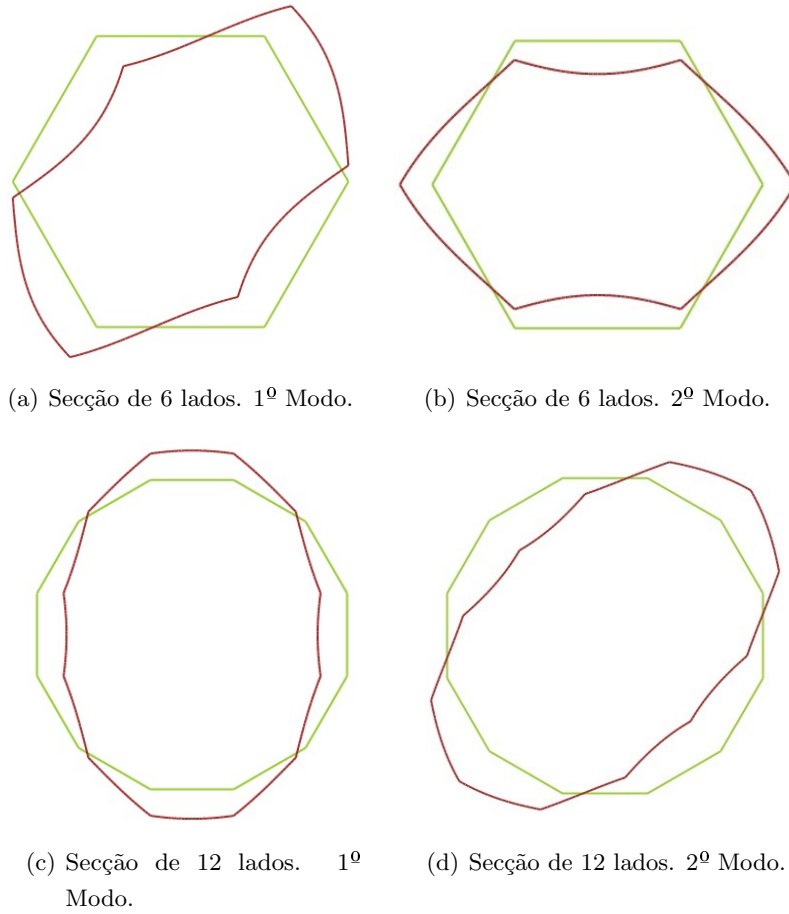


Figura 2.8: Configuração dos modos de instabilidade distorcionais.

2.4.2 Modo de instabilidade extensional

O modo de instabilidade extensional é caracterizado por deslocamentos de membrana no plano da secção, com pequenos comprimentos de semi-onda na direcção longitudinal. Este modo é semelhante ao que ocorre em secções transversais circulares, o qual é chamado de modo axissimétrico.

No estudo de Gonçalves R. e Camotim D. (2013), foi analisado o modo de instabilidade extensional com recurso à GBT, tirando partido da análise modal que este método possibilita. Foram analisadas as tensões mínimas de bifurcação e os comprimentos de semi-onda associados, em função do número de lados n e para $\beta_2 = 25$. Foram obtidos os gráficos ilustrados na Figura 2.9.

2.4. Estabilidade de colunas tubulares de secção poligonal regular

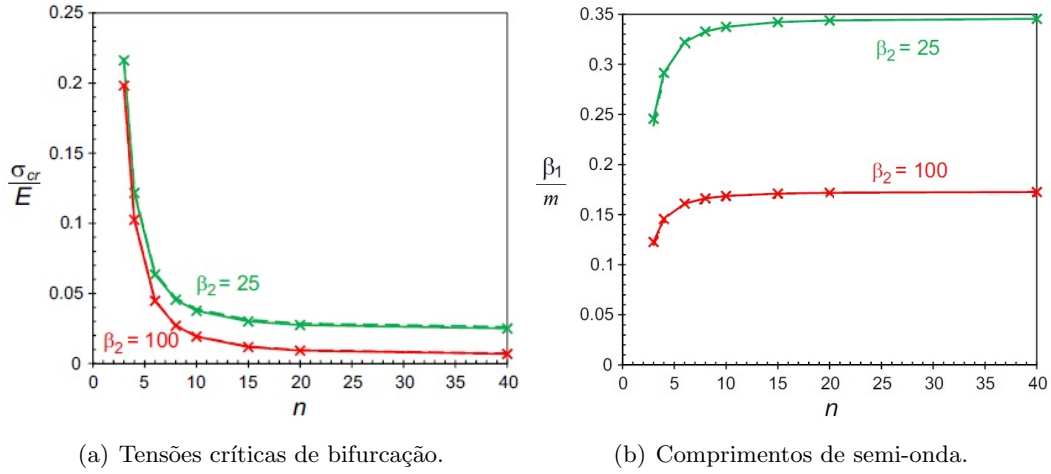


Figura 2.9: Modo de instabilidade extensional (Gonçalves R. e Camotim D. (2013)).

Estes resultados demonstram que as tensões de bifurcação diminuem com o aumento de β_2 e n . É também claro que, para este modo, os comprimentos de semi-onda longitudinais são muito pequenos $\beta_1/m < 0.35$. À medida que n aumenta, os resultados tendem assintoticamente para as soluções dos tubos circulares. Obtiveram-se assim as expressões que permitem obter as tensões mínimas de bifurcação e os comprimentos de semi-onda associados a tubos circulares

$$\sigma_{cr,E} = \frac{E}{\beta_2 \sqrt{3}(1 - \nu^2)} \quad (2.5)$$

e

$$\frac{\beta_1}{m} = \sqrt[4]{\frac{\pi^4}{12\beta_2^2}}, \quad (2.6)$$

as quais, para $\nu = 0.3$, produzem diferenças de 4.8% para σ_{cr} , e 2.3% para β_1/m , em relação às fórmulas clássicas para tubos circulares (Gonçalves R. e Camotim D. (2013)).

$$\sigma_{cr,E} = \frac{E}{\beta_2 \sqrt{3}(1 - \nu^2)} \quad (2.7)$$

e

$$\frac{\beta_1}{m} = \sqrt[4]{\frac{\pi^4}{12(1 - \nu^2)\beta_2^2}}. \quad (2.8)$$

Para $\nu = 0.5$, as diferenças aumentam 15.5% para σ_{cr} e 6.9% para β_1/m .

Na Figura 2.10 estão ilustrados o modo de instabilidade extensional para secções de 4, 12 e 20 lados.

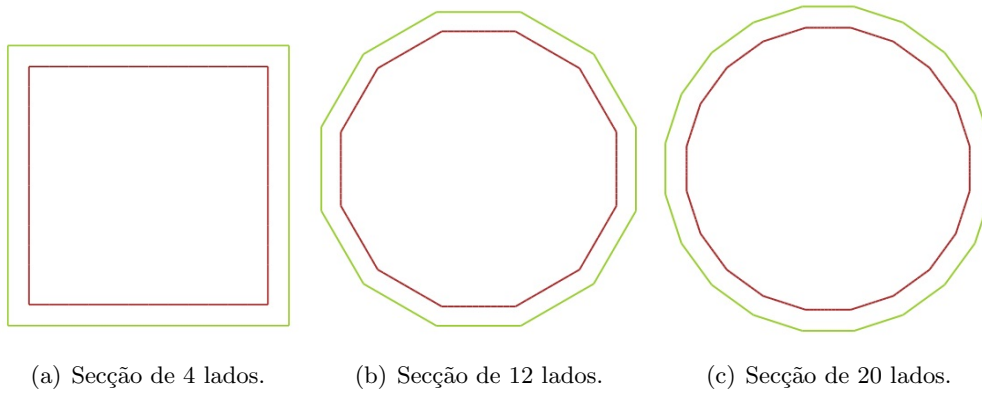


Figura 2.10: Configuração do modo de instabilidade extensional.

2.4.3 Modo de instabilidade local

Uma coluna tubular com secção poligonal regular é composta por n placas unidas ao longo dos seus bordos longitudinais (Figura 2.11). O comportamento de estabilidade de placas sob compressão uniforme é bastante conhecido da mecânica estrutural, pelo que apenas se demonstra de forma resumida a resolução analítica do problema.

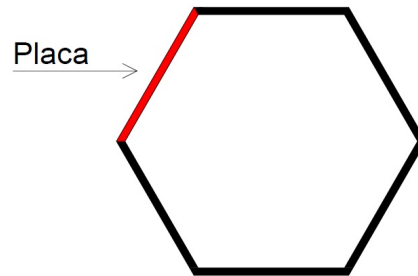


Figura 2.11: Secção poligonal regular de 6 lados ($n = 6$).

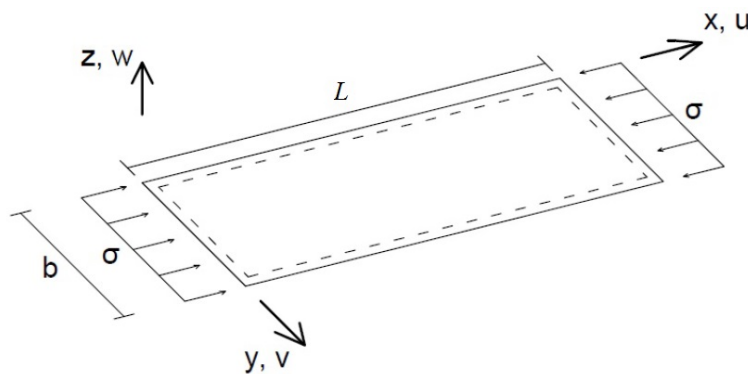


Figura 2.12: Placa simplesmente apoiada e sujeita a compressão uniforme.

2.4. Estabilidade de colunas tubulares de secção poligonal regular

Considere-se uma placa simplesmente apoiada ao longo de todos os bordos e sujeita a compressão uniforme apenas na direção longitudinal (Figura 2.12). Neste caso, a placa está sujeita a um estado plano de tensão uniaxial, definida por

$$\sigma_x < 0, \quad \sigma_y = \sigma_{xy} = 0. \quad (2.9)$$

A equação diferencial de equilíbrio que rege o comportamento da placa sob compressão uniforme é

$$D_f \left(\frac{\partial w}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \sigma_x t \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0, \quad (2.10)$$

onde D_f é a rigidez de flexão da placa, definida por

$$D_f = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}. \quad (2.11)$$

Para obter a solução exata do problema em questão, é necessário considerar uma função que exprima os deslocamentos perpendiculares ao plano da placa $w(x,y)$, a qual respeite as condições de fronteira estáticas e cinemáticas. Em termos estáticos, como se trata de uma placa simplesmente apoiada, os momentos fletores ao longo dos bordos são nulos. Por seu lado, em termos cinemáticos, os deslocamentos perpendiculares ao plano da placa ao longo dos bordos desta são também nulos. Então, uma solução exata para o problema, é a expressão escrita na forma de uma série dupla de Fourier

$$w(x,y) = \sum_{m_x=1}^{\infty} \sum_{m_y=1}^{\infty} C \sin\left(\frac{m_x \pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{m_y \pi y}{b}\right), \quad (2.12)$$

onde C é uma constante e m_x e m_y são o número de semi-ondas segundo x e y , respetivamente. Intoduzindo (2.12) em (2.10), obtém-se como solução a tensão de bifurcação da placa em função de m_x e de m_y , ou seja,

$$\sigma_b = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2, \quad (2.13)$$

onde k é o coeficiente de encurvadura, o qual é dado por

$$k = \left(m_x \frac{b}{L} + \frac{m_y^2 L}{m_x b} \right)^2. \quad (2.14)$$

Para obter o valor da tensão crítica de bifurcação σ_{cr} , é necessário determinar qual a combinação de valores de m_x e m_y que minimiza o valor de σ_b , ou seja, de k . Pela observação da expressão (2.14), conclui-se que a menor carga crítica obtém-se considerando apenas uma semi-onda na direção transversal ($m_y = 1$). Deste modo, se se considerar que a relação L/b é igual ao número de semi-ondas longitudinais m_x , então estamos na presença da tensão mínima de bifurcação e o coeficiente de encurvadura toma o valor $k = 4$.

Capítulo 2. Instabilidade bifurcacional de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

Isto significa que, para a menor carga crítica, uma placa longa encurva com semi-comprimentos de onda iguais à sua largura. Então, a expressão que permite determinar a menor tensão crítica de uma placa simplesmente apoiada e sujeita a compressão uniforme é

$$\sigma_{cr,L} = \frac{4\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{\bar{b}}\right)^2 = \frac{\pi^2 E}{3(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{\bar{b}}\right)^2. \quad (2.15)$$

Os fenómenos de instabilidade local em secções poligonais regulares são caracterizados pela deformação da secção através da flexão das paredes, sem que as junções entre paredes sofram qualquer deslocamento no plano da secção, permanecendo o eixo longitudinal da barra indeformado. O comportamento de cada parede é análogo ao de uma placa simplesmente apoiada. No caso de secções com um número par de paredes, o modo de instabilidade crítico possui a conhecida configuração demonstrada na Figura 2.13, onde as paredes adjacentes das secções fletem em direcções opostas (para dentro/para fora). O comportamento de cada parede é exactamente igual ao de uma placa simplesmente apoiada de largura b e espessura t , cujas cargas críticas exatas são obtidas através da expressão (2.15).

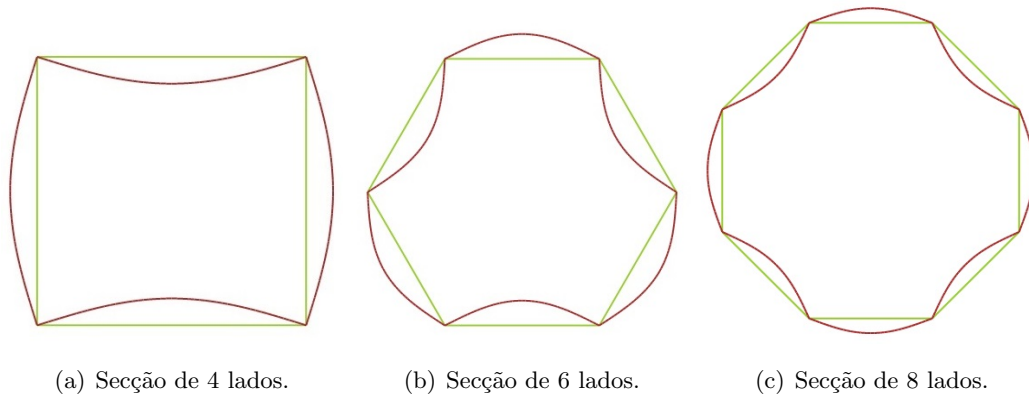


Figura 2.13: Configuração do modo de instabilidade local em secções com um número par de paredes.

No caso de secções transversais com um número ímpar de paredes, este tipo de colunas apresenta dois modos de instabilidade críticos. Isto significa que, ao ser atingida a carga de bifurcação crítica, a secção pode apresentar qualquer um dos dois modos críticos ou uma combinação destes. Ao contrário das secções com um número par de paredes, a deformação alternada das paredes não é possível devido à própria geometria da secção. Neste caso, uma das paredes terá de se deformar na direcção de uma parede adjacente, ou, então, uma das paredes vai possuir duas semi-ondas na direcção transversal (Figura 2.14). Isto significa que uma das paredes vai restringir o comportamento das outras, pelo que será necessário uma maior energia de deformação para se atingir a carga crítica. Assim, o uso da expressão (2.15) para determinação das cargas críticas conduz a valores inferiores

2.4. Estabilidade de colunas tubulares de secção poligonal regular

aos reais, particularmente para as secções triangulares e pentagonais. Posto isto, conclui-se que as secções com um número ímpar de lados possuem coeficientes de encurvadura k superiores aos das secções com um número par de lados, contudo, à medida que o número de lados aumenta, o valor de k tende a convergir para $k = 4$. Os valores de k obtidos para este tipo de secções estão expressos na Tabela 2.3.

Tabela 2.3: Valores de k consoante o número de lados.

Número de lados	3	5	7	9	11
k	4.705	4.250	4.150	4.090	4.060

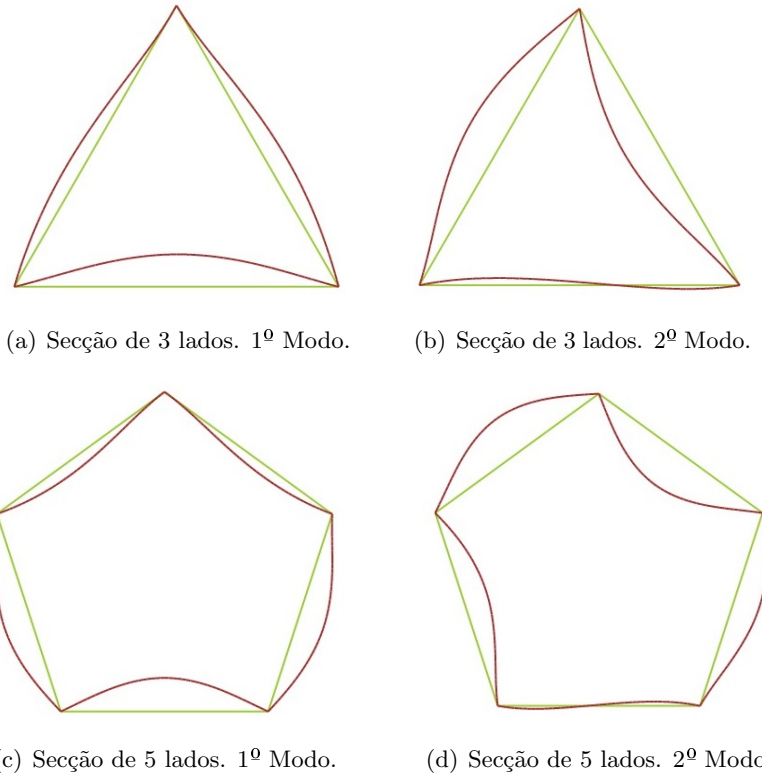


Figura 2.14: Configuração dos modos de instabilidade locais em secções com um número ímpar de paredes.

2.4.4 Modo de instabilidade global

O modo de instabilidade global é caracterizado pela deformação do eixo longitudinal da coluna, havendo deslocamento de corpo rígido da secção transversal. Este fenómeno é denominado também de instabilidade por flexão.

Capítulo 2. Instabilidade bifurcacional de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

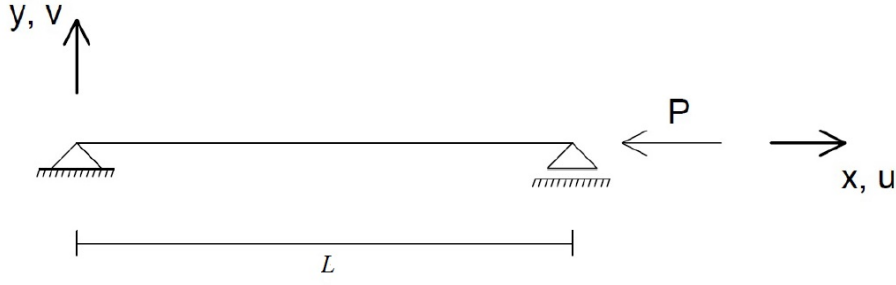


Figura 2.15: Barra sujeita a compressão.

A encurvadura global de colunas foi o primeiro problema de instabilidade a ser estudado e as suas soluções devem-se a Leonhard Euler (1778). Considerando a barra da Figura 2.15, sujeita a compressão, a equação diferencial que rege o seu comportamento é dada por

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{P}{EI}v = 0, \quad (2.16)$$

onde v é o deslocamento da barra segundo o eixo y , P é a força de compressão aplicada na barra e I é o momento de inércia da secção. Tal como se procedeu no caso de uma placa simplesmente apoiada, é necessário obter uma função que exprima os deslocamentos transversais ao eixo da barra e que respeite as condições de fronteira estáticas e cinemáticas. A função

$$v(x) = C \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right), \quad (2.17)$$

é a solução exata para o problema em questão, onde C é uma constante e m é o número de semi-ondas na direção longitudinal. Deste modo, introduzindo (2.17) em (2.16), obtêm-se as soluções exatas para as cargas de bifurcação

$$P_b = m^2 \frac{\pi^2 EI}{L^2}. \quad (2.18)$$

A carga crítica é obtida para o menor valor de m , neste caso $m = 1$, a que corresponde um modo de instabilidade com uma semi-onda na direção longitudinal. Para obter a tensão crítica é necessário dividir a carga crítica pela área da secção transversal, obtendo-se

$$\sigma_{cr,G} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L}{i}\right)^2}, \quad (2.19)$$

onde i é o raio de giração da secção.

Na Figura 2.16 está ilustrada a configuração do modo de instabilidade de flexão para as secções de 4, 12 e 20 lados.

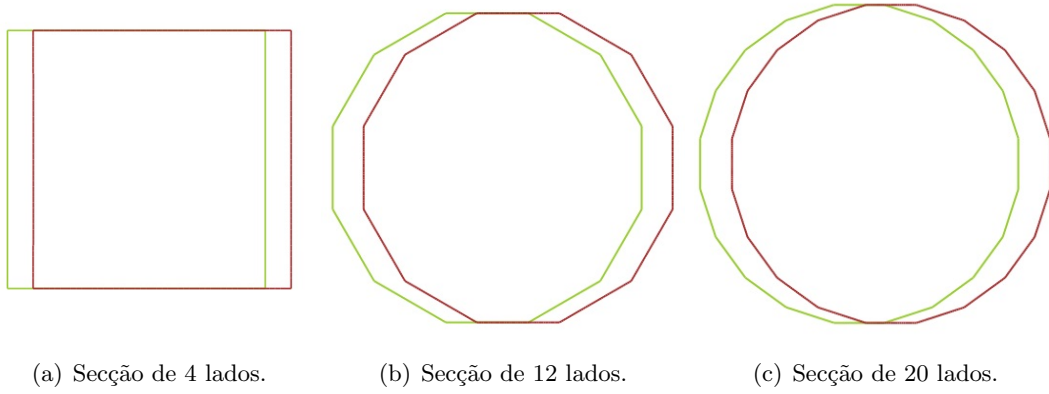


Figura 2.16: Configuração do modo de instabilidade de flexão.

2.4.5 Modos críticos

Com base nos resultados descritos nas secções anteriores, é possível determinar a gama de parâmetros para o qual cada modo de instabilidade é crítico, tal como demonstrado por Gonçalves R. e Camotim D. (2013). Considerando primeiro a encurvadura extensional, se não forem impostas restrições no parâmetro β_1 , este modo nunca é crítico em relação à encurvadura distorcional. Isto pode ser demonstrado comparando a expressão (2.3), para o par de modos 4 e 5, e $n = 4$, que corresponde à mais alta tensão de encurvadura distorcional mínima, com a expressão (2.7), relativa à encurvadura extensional para tubos circulares. Pode ser demonstrado analiticamente que, para $\nu = 0.3$, a primeira equação conduz sempre a tensões de encurvadura distorcionais inferiores às extensionais.

Para fins ilustrativos, no gráfico da Figura 2.17 é possível comparar a tensão de encurvadura mínima para os modos de instabilidade distorcional e extensional, para $\beta_2 = 25$ e $\beta_2 = 100$ e valores de n de 4 até 40. Estes resultados mostram que o modo de instabilidade distorcional é sempre crítico e que a diferença entre as tensões de encurvadura dos dois modos é maior para baixos valores de n e de β_2 .

Capítulo 2. Instabilidade bifurcacional de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

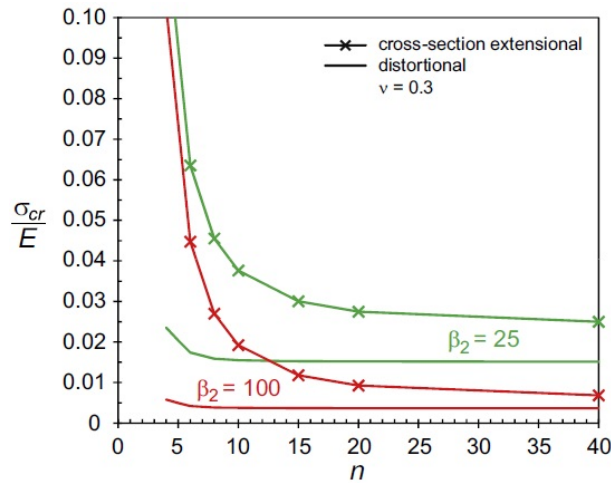


Figura 2.17: Comparação da tensão de encurvadura mínima para os modos de instabilidade extensional e distorcional (Gonçalves R. e Camotim D., 2013).

Considerando agora a encurvadura distorcional e a local, as tensões críticas distorcionais podem ser calculadas através da expressão (2.3) e com os parâmetros $A_1 - A_4$ retirados da Tabela 2.2, enquanto que as tensões de encurvadura local são obtidas através da expressão (2.13), considerando os adequados valores do coeficiente de encurvadura k . Deste modo, é possível obter a curva representada na Figura 2.18, que representa a fronteira de valores para a qual há a transição entre o modo crítico local e o modo crítico distorcional, expressa em termos dos parâmetros n e β_2 . Observando a figura, conclui-se que, para qualquer valor de n , o modo de instabilidade local ocorre para valores superiores de β_2 , relativamente ao modo de instabilidade distorcional. Para secções com baixos valores de n , a transição entre modos críticos ocorre para baixos valores de β_2 , contudo, à medida que o número de lados n aumenta, a transição entre modos críticos vai ocorrendo para valores de β_2 cada vez mais altos.

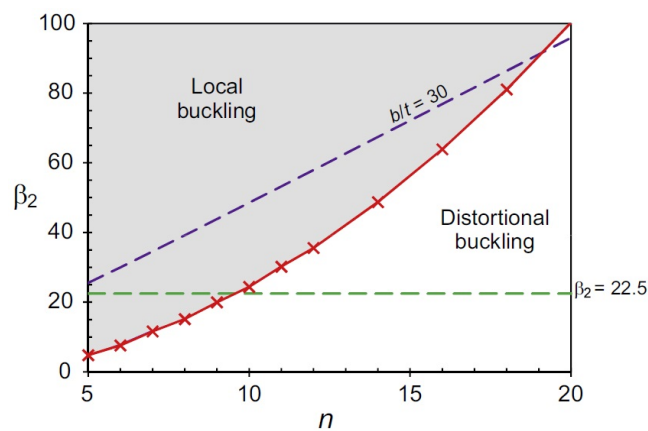


Figura 2.18: Gama de parâmetros correspondentes aos modos críticos de encurvadura local e distorcional, para $\nu = 0.3$ (Gonçalves R. e Camotim D., 2013).

2.4. Estabilidade de colunas tubulares de secção poligonal regular

As linhas a traço interrompido da Figura 2.18, indicam os valores de esbelteza das paredes da secção transversal prescritos pelo Eurocodigo 3, que fazem uma separação entre secções de classe 3 e 4, para aços da classe S460. A relação $b/t = 30$ é relativa a componentes internos comprimidos, enquanto que a relação $\beta_2 = 22.5$ é relativa a tubos circulares. Ambas as relações são obtidas através do Quadro 5.2 da norma EN1993-1-1. Assim, para um dado valor de n , uma coluna tubular de secção poligonal regular com um valor de β_2 superior à relação $b/t = 30$ é classificado de classe 4. Então, é possível concluir que:

- Para o critério $b/t = 30$, secções transversais de classe 4 com o modo de encurvadura distorcional crítico apenas é obtido para $n > 19$ e $\beta_2 > 90$.
- Apesar de, em rigor, o critério $\beta_2 = 22.5$ apenas se aplicar a tubos circulares, perfis com secções poligonais regulares com valores de n moderados a altos, podem ser de classe 4 para valores de n e β_2 inferiores àqueles obtidos pelo critério anterior.

2.4.6 Exemplo ilustrativo

Para fins ilustrativos, é analisada a estabilidade de uma coluna com uma secção transversal de 10 lados ($n = 10$), com tensões críticas locais e distorcionais aproximadamente iguais. A análise foi efetuada através da GBT, com recurso ao programa GBTUL (disponível em www.civil.ist.utl.pt/gbt), e foram considerados os parâmetros expressos na seguinte tabela:

Tabela 2.4: Parâmetros considerados

Parâmetro	Valor	Unidade
r	100	mm
t	4	mm
b	60.8	mm
β_2	25	-
ν	0.3	-

Da análise efetuada obteve-se a curva ilustrada na Figura 2.19(a), onde são expressas as cargas críticas em função do comprimento de semi-onda do modo de instabilidade.

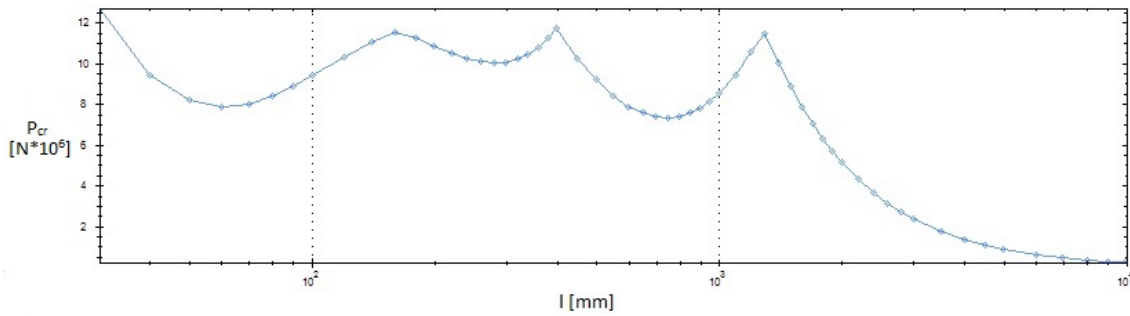
Com base nos resultados obtidos, podem ser retiradas as seguintes conclusões ($l = L/m$ é o comprimento da semi-onda):

- Para $l < 160$ mm, o modo de instabilidade local é crítico (Figura 2.19(b)). A menor carga crítica corresponde a $l \approx 60$ mm, que corresponde a um comprimento de

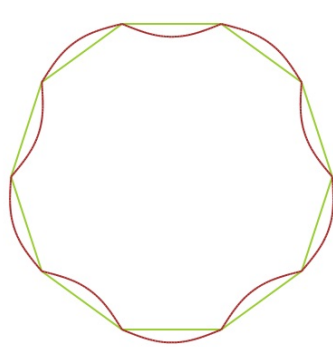
Capítulo 2. Instabilidade bifurcacional de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

semi-onda aproximadamente igual à largura b das paredes.

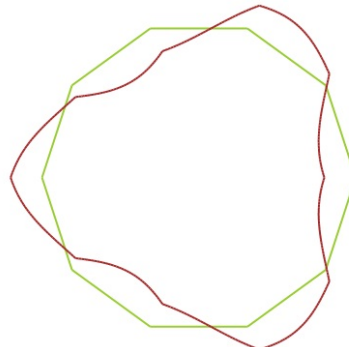
- Para $160 < l < 1300$ mm, o modo de instabilidade distorcional é crítico. Nesta gama de valores existe um mínimo relativo para $l \approx 280$ mm, que corresponde ao par de modos 6 e 7 (Figura 2.19(c)), e um mínimo absoluto para $l \approx 750$ mm, que corresponde ao par de modos 4 e 5 (Figura 2.19(d)).
- Para $l > 1300$ mm, o modo de instabilidade global é crítico (Figura 2.19(e)).



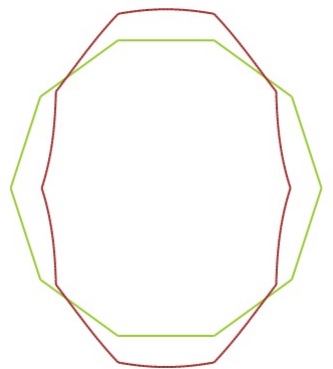
(a) Variação das tensões de encurvadura com o comprimento de semi-onda.



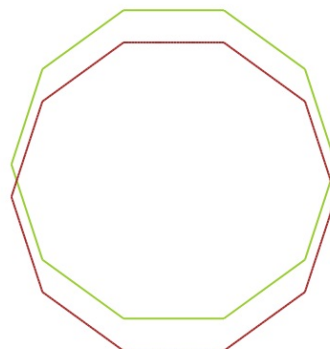
(b) $l=60$ mm.



(c) $l=280$ mm.



(d) $l=750$ mm.



(e) $l=2000$ mm.

Figura 2.19: Análise de estabilidade de uma coluna com secção transversal com 10 lados.

Capítulo 3

Resistência de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

3.1 Introdução

Neste capítulo é analisada a capacidade resistente de colunas tubulares de aço com secção transversal poligonal regular de parede fina, com recurso ao Método dos Elementos Finitos, utilizando o programa comercial ADINA (Bathe, 2010). Pretende-se, com base em análises física e geometricamente não-lineares, descrever os fenómenos associados à encurvadura local e distorcional deste tipo de colunas, analisando as trajetórias de pós-encurvadura, a capacidade resistente e os diferentes mecanismos de colapso.

Este estudo é iniciado com a descrição dos modelos de elementos finitos criados, onde são descritos os principais aspetos de modelação que se teve em conta, tais como o tipo de análises numéricas efetuadas, a discretização dos modelos, as condições de fronteira, as propriedades do material e as imperfeições geométricas iniciais. Na secção seguinte, são analisados os resultados obtidos, nomeadamente das análises lineares de estabilidade, onde se descrevem os modos de instabilidade exibidos pelas colunas e são analisados os valores das cargas de bifurcação, comparando-os com os resultados obtidos no Capítulo 2, e das análises geométrica e fisicamente não-lineares, onde são analisadas as trajetórias de pós-encurvadura, as cargas últimas das diferentes colunas, as distribuições de tensões nas colunas ao longo das trajetórias de equilíbrio e também a configuração dos correspondentes mecanismos de colapso.

3.2 Modelação numérica

A modelação numérica das colunas analisadas neste trabalho foi efetuada com recurso ao programa comercial de elementos finitos ADINA (versão 8.7 de 900 nós). Modelaram-se colunas com diversas tipologias de secção transversal, nomeadamente, secções de 3, 4, 5, 6, 12, 16, 18, 20 e 24 lados. Para cada tipologia, foram modeladas colunas de variadas esbeltezas normalizadas, as quais foram obtidas apenas pela alteração da espessura das paredes da secção, com o intuito de analisar os mecanismos de colapso associados aos modos de instabilidade locais e distorcionais. De seguida descreve-se, de forma sucinta, os aspectos mais relevantes envolvidos na modelação, nomeadamente os tipos de análise realizadas, a caracterização geométrica, as condições de apoio e o carregamento, a caracterização do material, a discretização das colunas e as imperfeições geométricas iniciais.

3.2.1 Tipos de análise

Para cada modelo foram realizados dois tipos de análise: uma análise linear de estabilidade (ALE) e uma análise física e geometricamente não-linear (ANL). A ALE tem como objetivo a obtenção da carga crítica e do respectivo modo de instabilidade, o qual é depois adotado na configuração geometricamente imperfeita da coluna que é utilizada na ANL. Por seu lado, a ANL é utilizada para a determinação das cargas de colapso, das trajetórias de equilíbrio e dos mecanismos de colapso.

3.2.2 Caracterização geométrica

Para todas as secções transversais foi considerado um raio constante $r = 300$ mm. Os parâmetros variáveis são o número de paredes n e, consequentemente, a sua largura b , e também a sua espessura t . Em relação ao comprimento dos perfis adotaram-se os seguintes comprimentos: para os perfis com modo de instabilidade local crítico, considerou-se um comprimento de $L = 3000$ mm ($\beta_1 = 10$); para os perfis com o modo de instabilidade distorcional crítico, optou-se por um comprimento igual ao seu comprimento de semi-onda, obtido através da expressão (2.4) do Capítulo 2.

3.2.3 Condições de apoio e carregamento

Para todos os modelos optou-se por introduzir simplificações de simetria a meia altura das colunas, de modo a reduzir o esforço computacional. Deste modo, consideraram-se os apoios inferiores como encastramentos deslizantes (rotações segundo X , Y e deslocamento segundo

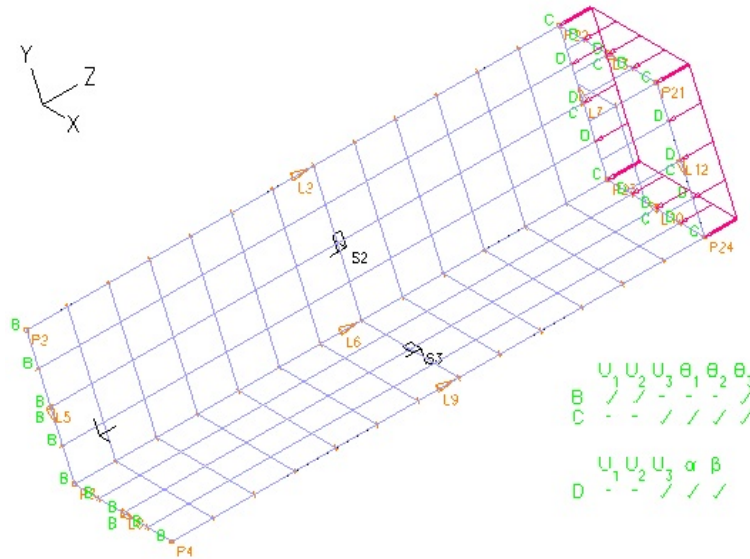
Z restringidos) e nos apoios superiores considerou-se apoios simples (deslocamentos segundo X e Y restringidos). As condições de fronteira e o sistema de eixos estão representados na Figura 3.1. As cargas aplicadas são lineares e uniformemente distribuídas, aplicadas nos apoios superiores e com direção segundo Z .

3.2.4 Caracterização do aço

Para as propriedades mecânicas do aço, foi adoptado um módulo de Young $E = 210$ GPa, um coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$ e tensão de cedência $f_y = 460$ MPa. Na ALE, o aço foi considerado elástico linear, sendo necessário apenas a introdução dos parâmetros E e ν . Na ANL foi considerado um aço elástico-perfeitamente plástico, sendo necessária a introdução da respectiva tensão de cedência f_y .

3.2.5 Tipo e malha de elementos finitos

Para o estudo decidiu-se adoptar elementos finitos de casca de quatro nós, os quais são aconselhados para efetuar análises física e geometricamente não-lineares (Bathe, 2010). Em relação à malha de elementos finitos, ela é longitudinal e transversalmente uniforme, composta por elementos finitos quadrangulares com a mesma dimensão em qualquer dos modelos criados. A sua dimensão é de cerca de 10% do raio das secções transversais, ou seja, aproximadamente 30 mm. A escolha da dimensão do elemento finito não obedeceu a qualquer estudo prévio de convergência de soluções.



3.2.6 Imperfeições geométricas iniciais

Todas as estruturas metálicas exibem imperfeições geométricas que podem ser devidas à falta de linearidade dos seus elementos, falta de verticalidade, excentricidades das ligações, excentricidades das cargas aplicadas, etc. A existência de imperfeições pode influenciar a resistência de uma estrutura, pelo o que o EC3 obriga a sua consideração na análise da sua resistência. Na presente dissertação, optou-se pelo método habitualmente utilizado, que consiste em efetuar uma ALE da coluna perfeita e adotar a imperfeição geométrica com a configuração do modo de instabilidade crítico, com uma determinada amplitude.

Para o tipo de imperfeição local, seguiu-se as indicações fornecidas pelo Anexo C da norma EN1993-1-5 para o cálculo de cargas de colapso pelo Método dos Elementos Finitos. Em relação ao tipo de imperfeição distorcional, para o caso de colunas tubulares com secção poligonal regular, o EC3 não especifica qualquer magnitude a adotar, pelo que o valor considerado é arbitrário. As magnitudes das imperfeições adotadas estão expressas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Imperfeições geométricas equivalentes.

Tipo de Imperfeição	Magnitude
Local	$b/200$
Distorcional	$L/1000$

3.3 Análise de resultados

Como foi referido no Capítulo 2, as colunas tubulares de secção poligonal regular são constituídas por n placas unidas ao longo dos seus bordos longitudinais. Sabe-se que as placas são elementos estruturais bastante estáveis, pouco sensíveis a imperfeições geométricas iniciais e possuem uma elevada resistência de pós-encurvadura, ao contrário de colunas que instabilizam por flexão (modo de instabilidade global) (Figura 3.2). Pretende-se averiguar se este tipo de colunas possui um comportamento de pós-encurvadura semelhante ao das placas, ou se, no caso de secções com muitos lados (18, 20 e 24), o comportamento destas se assemelha ao de cascas cilíndricas circulares, as quais são muito sensíveis a imperfeições.

Neste estudo, foram analisadas 14 colunas em que o modo de instabilidade distorcional é crítico, e 45 colunas para as quais o modo de instabilidade local é crítico. Deste modo, a apresentação das análises e resultados é dividida em Secções, onde na Secção 3.3.1 é analisada a resistência de colunas para as quais o modo de instabilidade distorcional é

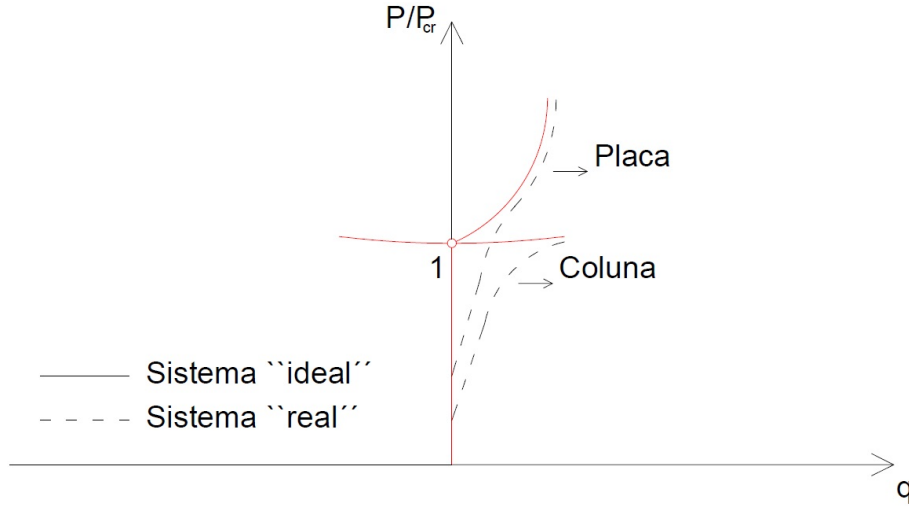


Figura 3.2: Comportamento de pós-encurvadura de elementos do tipo coluna e placa.

crítico, enquanto que na Seção 3.3.2 é analisada a resistência de colunas para as quais o modo instabilidade local é crítico.

3.3.1 Modo de instabilidade distorcional

Em primeiro lugar, analisou-se a influência do modo de instabilidade distorcional na resistência de colunas com secção transversal de 16, 18, 20 e 24 lados. Como se viu no Capítulo 2, à medida que o número de lados aumenta, a transição entre o modo crítico distorcional e o modo crítico local ocorre para valores cada vez maiores do parâmetro geométrico β_2 . Assim, foram analisadas 14 colunas com valores de β_2 próximos da fronteira atrás referida, de modo a obter as colunas com maior esbelteza para as quais o modo distorcional é crítico. Na Tabela 3.2 está expresso o conjunto de valores obtidos. As grandezas expressas são os parâmetros geométricos β_1 e β_2 , o valor da tensão crítica distorcional teórica ($\sigma_{cr,D}$) obtida através da expressão (2.3), o valor da tensão crítica local teórica ($\sigma_{cr,L}$) obtida através da expressão (2.15), o valor da tensão crítica obtida através do programa ADINA (σ_{cr}^{ADINA}), o erro relativo entre a tensão obtida pelo ADINA e a tensão teórica distorcional ($E_{r,D}$), a esbelteza normalizada ($\bar{\lambda}$) e o fator de redução (χ), obtido através da expressão

$$\chi = \frac{\sigma_u}{f_y}, \quad (3.1)$$

onde σ_u é a tensão de colapso e f_y é a tensão de cedência do aço.

Capítulo 3. Resistência de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

Tabela 3.2: Valores das grandezas obtidas para cada tipo de secção transversal e para diferentes esbeltezas normalizadas, para o caso em que o modo de instabilidade distorcional é crítico.

n	β_1 (-)	β_2 (-)	$\sigma_{cr,D}$ (MPa)	$\sigma_{cr,L}$ (MPa)	σ_{cr}^{ADINA} (MPa)	$E_{r,D}$ (%)	Imperfeição (mm)	$\bar{\lambda}$ (-)	χ (-)
16	10.6	42.3	1863.2	2793.2	1808.2	3.0	3.2	0.51	0.98
	12.7	60.0	1302.7	1385.2	1277.0	2.0	3.8	0.60	0.97
18	10.7	42.9	1833.4	3427.0	1789.9	2.4	3.2	0.51	0.98
	12.6	60.0	1300.7	1748.5	1280.4	1.6	3.8	0.60	0.97
	14.5	78.9	984.5	1009.9	973.9	1.1	4.3	0.69	0.95
20	10.7	42.9	1830.5	4222.7	1785.3	2.5	3.2	0.51	0.98
	12.6	60.0	1298.6	2154.4	1277.0	1.7	3.8	0.60	0.97
	14.5	78.9	983.0	1244.4	971.3	1.2	4.4	0.69	0.95
	16.3	100.0	773.9	775.6	767.3	0.9	4.9	0.77	0.92
24	10.7	42.9	1829.1	6065.3	1778.6	2.8	3.2	0.51	0.98
	12.7	60.0	1297.7	3094.6	1272.4	2.0	3.8	0.60	0.96
	14.5	78.9	982.2	1787.4	967.9	1.5	4.4	0.69	0.94
	16.3	100.0	773.4	1114.0	764.7	1.1	4.9	0.78	0.92
	19.5	142.9	539.7	545.9	535.7	0.7	5.9	0.93	0.86

Das ALE efetuadas, verifica-se que as tensões críticas distorcionais teóricas, obtidas através da expressão (2.3), conduzem a resultados praticamente exatos, com erros relativos da ordem de 1 %, exceto nas secções de menor esbelteza normalizada, as quais não são consideradas como sendo de parede fina. Pelo contrário, as tensões críticas locais teóricas, obtidas com recurso à expressão (2.15), levam à obtenção de resultados superiores aos obtidos no ADINA, particularmente para as colunas de mais baixa esbelteza normalizada. Os modos de instabilidade obtidos possuem todos uma configuração semelhante, com apenas uma semi-onda na direção longitudinal, em que a distorção da secção é caracterizada pelo seu achatamento na zona de meio vão (Figura 3.3), o que está em consonância com o descrito na Secção 2.4.1 do Capítulo 2.

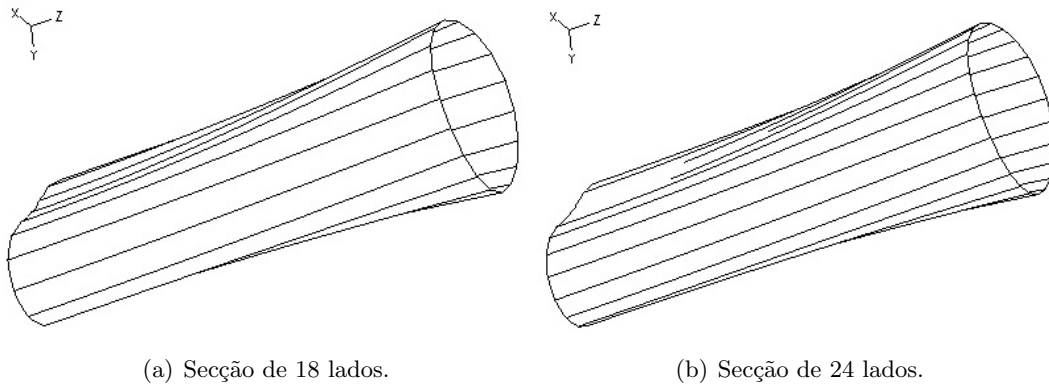


Figura 3.3: Configuração do modo de instabilidade distorcional.

Nas ANL realizadas às colunas estudadas, obteve-se, para cada tipo de secção, um gráfico onde se expressam as tensões médias aplicadas em função do deslocamento onde a imperfeição é máxima. Estas trajetórias estão ilustradas na Figura 3.4, em que nas ordenadas encontram-se as tensões médias aplicadas adimensionalizadas em relação à tensão crítica de cada coluna, neste caso em relação à tensão crítica distorcional. A partir destas trajetórias é possível estudar o comportamento de cada coluna.

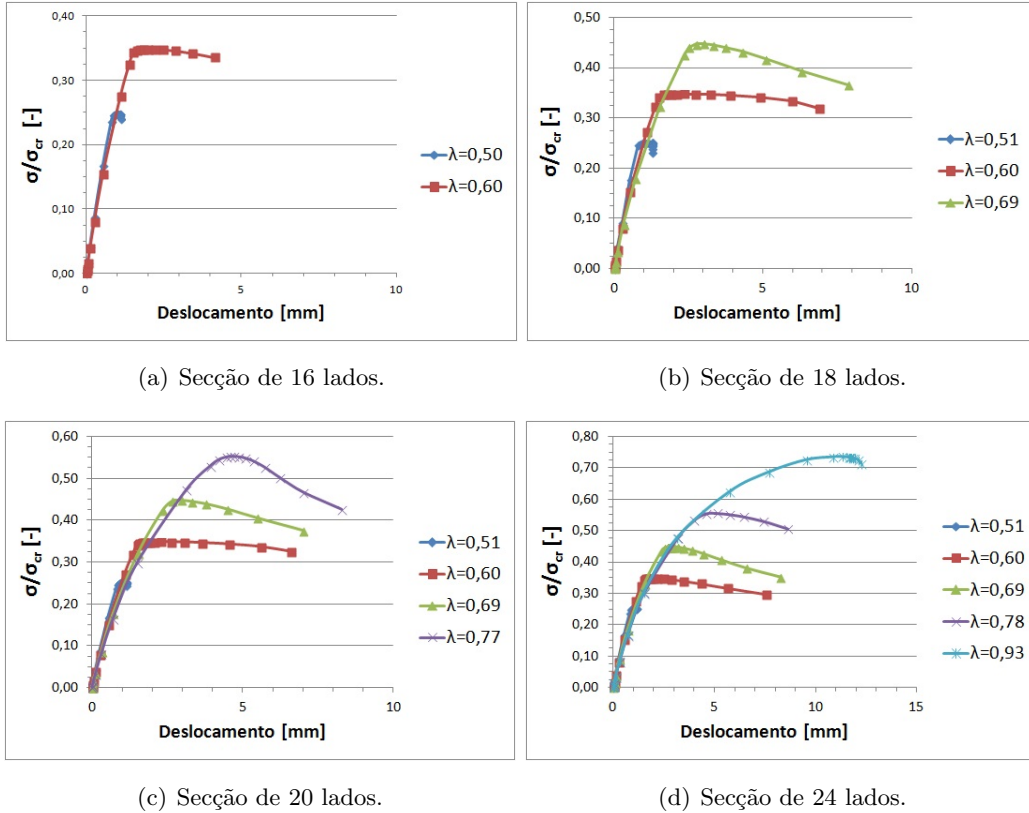


Figura 3.4: Trajetórias tensão-deslocamento para uma imperfeição geométrica igual a $L/1000$.

Observando a figura, verifica-se que para cada tipologia de secção, o declive inicial das trajetórias é aproximadamente igual, apesar de possuírem esbeltezas normalizadas diferentes. Todas se desenvolvem de forma semelhante até as tensões de colapso serem atingidas, as quais ocorrem sem que as tensões críticas sejam alcançadas. Verifica-se que, para uma determinada esbelteza normalizada e independentemente do número de lados da secção, os coeficientes de redução obtidos são praticamente iguais e que estes são todos muito próximos de 1, exceto para $n = 24$ e $\bar{\lambda} = 0,93$, cujo valor é inferior.

O mecanismo de colapso associado a este conjunto de colunas é caracterizado pela ovalização da secção de meio vão, a qual é semelhante à configuração do modo de instabilidade distorcional. Em todos os casos, o eixo longitudinal das colunas permanece inalterado. Na

Capítulo 3. Resistência de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

Figura 3.5 pode-se observar o mecanismo de colapso associado a estas colunas.

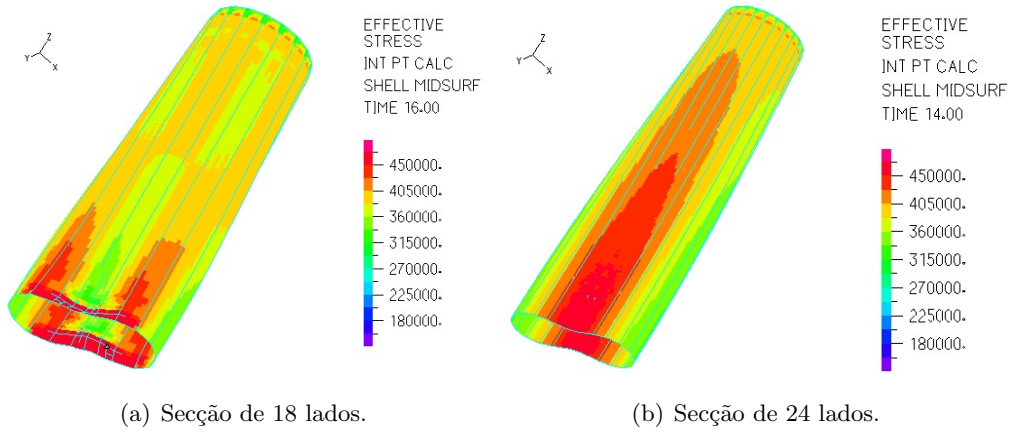


Figura 3.5: Mecanismo de colapso.

3.3.2 Modo de instabilidade local

Nesta secção é estudada a influência do modo de instabilidade local na resistência de colunas de secção transversal poligonal regular. São analisadas colunas com secções de 3, 4, 5, 6, 12, 18, 20 e 24 lados. Tal como se procedeu na secção anterior, construiu-se a Tabela 3.3, onde estão expressos os parâmetros geométricos β_1 e β_2 , o valor da tensão crítica distorcional teórica ($\sigma_{cr,D}$) obtida através da expressão (2.3), o valor da tensão crítica local teórica ($\sigma_{cr,L}$) obtida através da expressão (2.15), o valor da tensão crítica obtida através do programa ADINA (σ_{cr}^{ADINA}), o erro relativo entre a tensão obtida pelo ADINA e a tensão teórica local ($E_{r,L}$), a esbelteza normalizada ($\bar{\lambda}$) e o fator de redução (χ). Para as secções transversais de 3 e 5 lados que têm dois modos de instabilidade críticos, calculou-se um fator de redução considerando uma imperfeição geométrica com a configuração do 1º modo de instabilidade ($\chi^{1^o Modo}$), e um fator de redução considerando uma imperfeição geométrica com a configuração do 2º modo de instabilidade ($\chi^{2^o Modo}$).

3.3. Análise de resultados

Tabela 3.3: Valores das grandezas obtidas para cada tipo de secção transversal e para diferentes esbeltezas normalizadas, para o caso em que o modo de instabilidade local é crítico.

n	β_1 (-)	β_2 (-)	$\sigma_{cr,D}$ (MPa)	$\sigma_{cr,L}$ (MPa)	σ_{cr}^{ADINA} (MPa)	$E_{r,L}$ (%)	Imperfeição (mm)	$\bar{\lambda}$ (-)	$\chi^{1^0 Mod o}$ (-)	$\chi^{2^0 Mod o}$ (-)
3	10.0	12.5	-	1905.1	1802.8	5.7	2.60	0.51	0.98	0.98
	10.0	25.4	-	460.5	453.5	1.6	2.60	1.01	0.76	0.75
	10.0	38.0	-	206.4	204.9	0.7	2.60	1.50	0.54	0.54
	10.0	50.8	-	115.1	114.7	0.4	2.60	2.00	0.42	0.42
	10.0	63.8	-	73.1	72.9	0.3	2.60	2.51	0.35	0.35
	10.0	76.3	-	51.1	51.0	0.3	2.60	3.00	0.29	0.30
4	10.0	14.3	8776.5	1860.0	1788.1	4.0	2.12	0.51	0.97	-
	10.0	28.6	4310.0	465.0	459.7	1.2	2.12	1.00	0.75	-
	10.0	42.9	2856.2	206.7	205.4	0.6	2.12	1.50	0.54	-
	10.0	57.7	2115.2	114.0	113.6	0.4	2.12	2.01	0.42	-
	10.0	71.4	1705.5	74.4	74.2	0.3	2.12	2.49	0.35	-
	10.0	85.7	1419.6	51.7	51.5	0.2	2.12	2.99	0.30	-
5	10.0	17.9	6064.2	1841.2	1774.7	3.7	1.76	0.51	0.98	0.98
	10.0	35.7	2963.2	460.3	456.8	0.8	1.76	1.00	0.76	0.76
	10.0	53.6	1960.5	204.6	204.1	0.2	1.76	1.50	0.54	0.55
	10.0	71.4	1464.8	115.1	115.1	0.0	1.76	2.00	0.41	0.41
	10.0	89.3	1169.1	73.6	73.7	0.1	1.76	2.50	0.36	0.36
	10.0	107.1	972.8	51.1	51.2	0.1	1.76	3.00	0.31	0.31
6	10.0	20.3	4547.9	1847.7	1812.8	1.9	1.50	0.50	0.98	-
	10.0	40.5	2220.2	461.9	464.1	0.5	1.50	1.00	0.77	-
	10.0	61.2	1458.2	202.5	204.3	0.9	1.50	1.50	0.55	-
	10.0	81.1	1096.8	115.5	116.7	1.0	1.50	1.99	0.43	-
	10.0	101.7	872.4	73.4	74.2	1.1	1.50	2.49	0.37	-
	10.0	122.0	726.3	51.0	51.6	1.1	1.50	2.99	0.32	-
12	10.0	39.2	2032.7	1842.4	1890.6	2.5	0.78	0.49	0.97	-
	10.0	80.4	977.9	438.0	457.9	4.3	0.78	1.00	0.77	-
	10.0	120.5	650.0	195.2	204.7	4.8	0.78	1.50	0.58	-
	10.0	160.4	487.1	110.1	115.6	4.7	0.78	2.00	0.48	-
	10.0	200.0	390.3	70.8	74.4	4.8	0.78	2.49	0.43	-
	10.0	241.9	322.3	48.4	50.9	4.8	0.78	3.01	0.38	-
18	10.0	125.5	616.3	399.5	461.9	13.5	0.52	1.00	0.78	-
	10.0	187.5	411.5	179.0	207.0	13.5	0.52	1.49	0.59	-
	10.0	250.0	308.2	100.7	116.6	13.6	0.52	1.99	0.53	-
	10.0	314.1	245.1	63.8	73.8	13.6	0.52	2.50	0.48	-
	10.0	377.8	203.6	44.1	51.0	13.6	0.52	3.00	0.44	-
20	10.0	140.2	550.5	394.7	459.2	14.0	0.47	1.00	0.78	-
	10.0	209.8	367.0	176.2	205.0	14.1	0.47	1.50	0.60	-
	10.0	280.4	274.3	98.7	115.0	14.2	0.47	2.00	0.54	-
	10.0	348.8	220.3	63.7	74.2	14.2	0.47	2.49	0.47	-
	10.0	420.2	182.8	43.9	51.2	14.2	0.47	3.00	0.44	-
24	10.0	168.5	457.0	392.2	461.1	14.9	0.39	1.00	0.79	-
	10.0	252.1	304.9	175.3	206.7	15.2	0.39	1.49	0.63	-
	10.0	337.1	227.8	98.0	115.8	15.4	0.39	1.99	0.56	-
	10.0	422.5	181.6	62.4	73.7	15.4	0.39	2.50	0.48	-
	10.0	506.8	151.4	43.4	51.3	15.4	0.39	2.99	0.43	-

Capítulo 3. Resistência de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

Pela observação da tabela 3.3, verifica-se que a aplicação da fórmula clássica das placas conduz à obtenção de tensões críticas praticamente exatas para o caso de secções de 4 e 6 lados, em que os erros relativos são da ordem de 1 % para secções de 6 lados e inferiores a 1 % para secções de 4 lados. A única exceção ocorre para as colunas com a esbelteza normalizada mais baixa ($\bar{\lambda} = 0.50$). As paredes destas secções não são consideradas como sendo de parede fina, pelo que a fórmula clássica não é aplicável. Contudo, à medida que o número de lados das secções aumenta, o erro relativo entre a solução obtida no ADINA e a fórmula teórica vai aumentando progressivamente, observando-se erros da ordem dos 5 % nas secções de 12 lados e de 15 % nas secções de 24 lados. Isto deve-se ao facto de se ter considerado um número inferior de elementos finitos ao longo da largura b das paredes em secções com estas geometrias. No caso de uma secção de 12 lados, consideraram-se 5 elementos finitos, enquanto que em secções de 18, 20 e 24 lados consideraram-se 3 elementos finitos. Na Figura 3.6 estão ilustradas as configurações dos modos de instabilidade local das secções de 4 e 6 lados, as quais estão de acordo com as configurações ilustradas no capítulo 2.

Em relação às tensões críticas distorcionais, verifica-se que a aplicação da expressão teórica (2.3) conduz à obtenção de resultados bastantes superiores aos obtidos no ADINA, particularmente para as secções com maiores esbeltezas normalizadas.

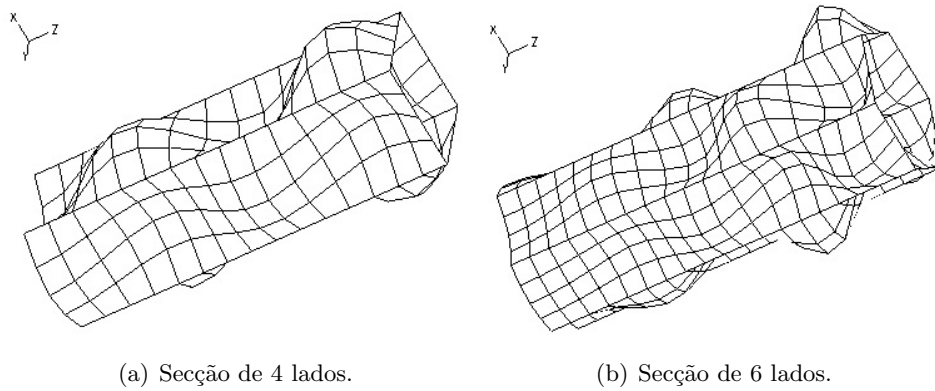


Figura 3.6: Configuração do modo de instabilidade local.

Através das ANL efetuadas a cada uma das colunas, obtiveram-se as trajetórias de equilíbrio para cada tipologia de secção, que estão ilustradas na Figura 3.7. Observa-se que, quanto maior for a esbelteza normalizada, maiores são as resistências de pós-encurvadura, em que no caso da secção de 4 lados e $\bar{\lambda} = 1.50$, a sua tensão de colapso é $\sigma_u = 1.4\sigma_{cr}$, enquanto que para $\bar{\lambda} = 3.00$, a tensão de colapso é $\sigma_u = 2.4\sigma_{cr}$. Verifica-se ainda que, à medida que o número de lados da secção aumenta e para uma determinada esbelteza normalizada, a resistência de pós-encurvadura aumenta também. Por exemplo, a secção de 12 lados e $\bar{\lambda} = 3.00$, possui uma tensão de colapso $\sigma_u = 3.5\sigma_{cr}$, que é superior à que ocorre na secção

de 6 lados ($\sigma_u = 2.8\sigma_{cr}$), e esta é, por sua vez, superior à da secção de 4 lados ($\sigma_u = 2.4\sigma_{cr}$). Em relação às trajetórias pós-colapso, elas desenvolvem-se todas de forma semelhante.

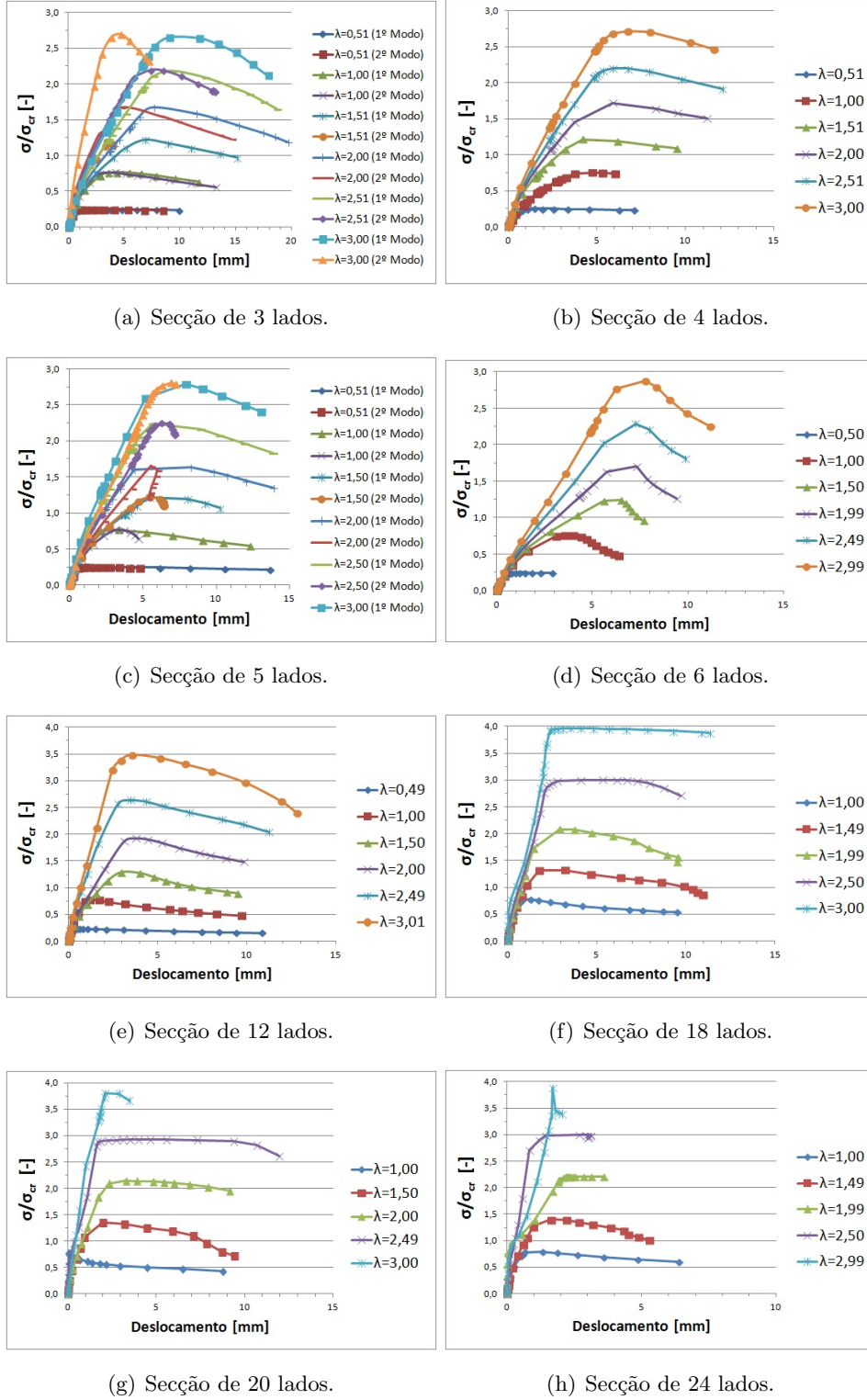


Figura 3.7: Trajetórias tensão-deslocamento para imperfeição geométrica igual a $b/200$.

Capítulo 3. Resistência de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

De todas as secções estudadas, a secção de 18 lados é a que possui a maior resistência de pós-encurvadura para as esbeltezas normalizadas estudadas, em que no caso de $\bar{\lambda} = 3.00$ a tensão de colapso é quase quatro vezes superior à tensão crítica ($\sigma_u \approx 3.9\sigma_{cr}$). Verifica-se que para secções com mais de 18 lados, as resistências de pós-encurvadura tendem a diminuir. Novamente para o caso de $\bar{\lambda} = 3.00$, na secção de 20 lados obteve-se uma tensão de colapso ($\sigma_u \approx 3.7\sigma_{cr}$), enquanto que para a secção de 24 lados foi obtida uma tensão de ($\sigma_u \approx 3.5\sigma_{cr}$).

Em relação aos coeficientes de redução, para uma determinada esbelteza normalizada, verifica-se que quanto maior for o número de lados maiores resistências as colunas apresentam. Por exemplo, para $\bar{\lambda} = 3.00$, a secção de 4 lados um coeficiente de redução $\chi = 0.30$, enquanto que a secção de 12 lados possui $\chi = 0.38$ e a secção de 20 lados tem $\chi = 0.44$. Relativamente às secções com um número ímpar de lados, observa-se que a consideração de uma imperfeição geométrica com a configuração do primeiro ou do segundo modo de instabilidade, para uma determinada esbelteza normalizada, leva à obtenção de resistências praticamente iguais.

Todas as colunas estudadas apresentaram o mesmo mecanismo de colapso, o qual é caracterizado pela deformação das paredes das secções com um padrão semelhante ao da configuração do modo de instabilidade local (Figura 3.8). Observando a figura, verifica-se que o valor da tensão nas junções entre as paredes da secção é próximo do valor da tensão de cedência, ao contrário do que ocorre nas paredes da secção, em que o valor da tensão é significativamente inferior. Isto deve-se ao facto de as paredes começarem a deformar-se antes de ocorrer o colapso, tendo como consequência a sua perda de rigidez. Deste modo, conclui-se as junções entre as paredes da secção são as zonas que mais contribuem para a resistência destas colunas.

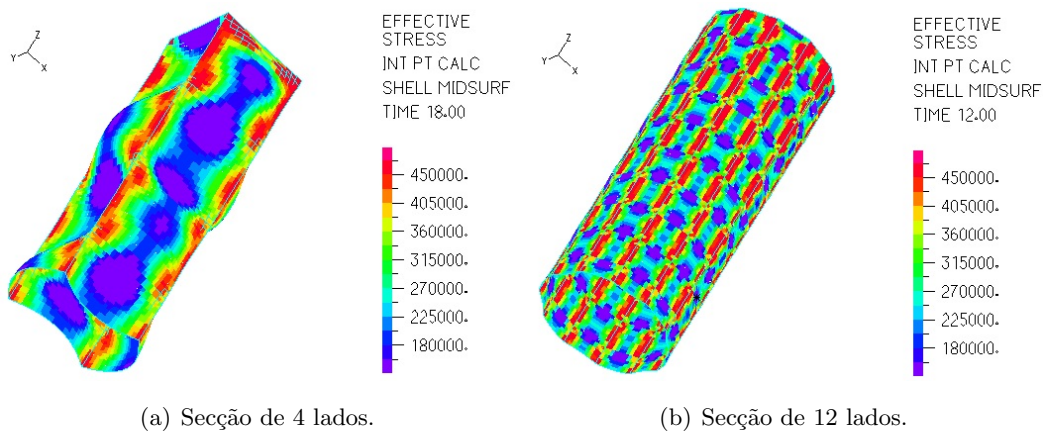


Figura 3.8: Mecanismo de colapso.

3.4 Comparação entre o ADINA e o EC3

Com base nos resultados obtidos nas secções anteriores, é agora possível comparar as resistências obtidas através do ADINA com as fornecidas pelo EC3. Como foi referido no Capítulo 1, a capacidade resistente de colunas tubulares de parede fina de secção poligonal regular é determinada com recurso ao MLE.

A comparação dos resultados é feita através de gráficos em que se expressam os coeficientes de redução (χ) das colunas, em função das suas esbeltezas normalizadas ($\bar{\lambda}$). Os coeficientes de redução obtidos através do MLE, são obtidos com recurso à expressão

$$\rho = \begin{cases} 1, & \bar{\lambda} \leq 0,673 \\ \frac{\bar{\lambda} - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}^2}, & \bar{\lambda} > 0,673, \end{cases} \quad (3.2)$$

, que, no caso de colunas sujeitas a compressão uniforme, é calculada com o parâmetro ψ igual a 1 (Figura 1.6). A esbelteza normalizada é calculada através da expressão

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,L}}}, \quad (3.3)$$

onde a tensão crítica considerada é a local. Deste modo, para colunas cujo modo de instabilidade distorcional é crítico, a tensão crítica determinada de acordo com o MLE é superior à tensão crítica real. Consequentemente, as esbeltezas normalizadas serão inferiores às reais, o que levará à obtenção de coeficientes de redução superiores para o caso em que $\bar{\lambda} > 0.673$.

Nestes gráficos incorporou-se ainda a curva de Euler, que é obtida a partir de

$$\chi = \begin{cases} 1, & \bar{\lambda} \leq 1 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}^2}, & \bar{\lambda} > 1. \end{cases} \quad (3.4)$$

Na figura 3.9, estão expressos os coeficientes de redução obtidos pelo ADINA, para o caso em que o modo de instabilidade distorcional é crítico. Verifica-se que, para uma determinada esbelteza normalizada, as colunas com secções de 16, 18, 20 e 24 lados apresentam resistências últimas praticamente iguais. Comparando estas resistências com as calculadas através do MLE, observa-se que para $\bar{\lambda} < 0.90$, as resistências obtidas através do ADINA são ligeiramente inferiores. A única exceção ocorre para o caso da secção de 24

Capítulo 3. Resistência de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina

lados e $\bar{\lambda} = 0.93$, em que a resistência obtida foi ligeiramente superior. Observa-se assim que o MLE, apesar de se basear num modo local, permite estimar com relativa precisão a resistência num modo distorcional.

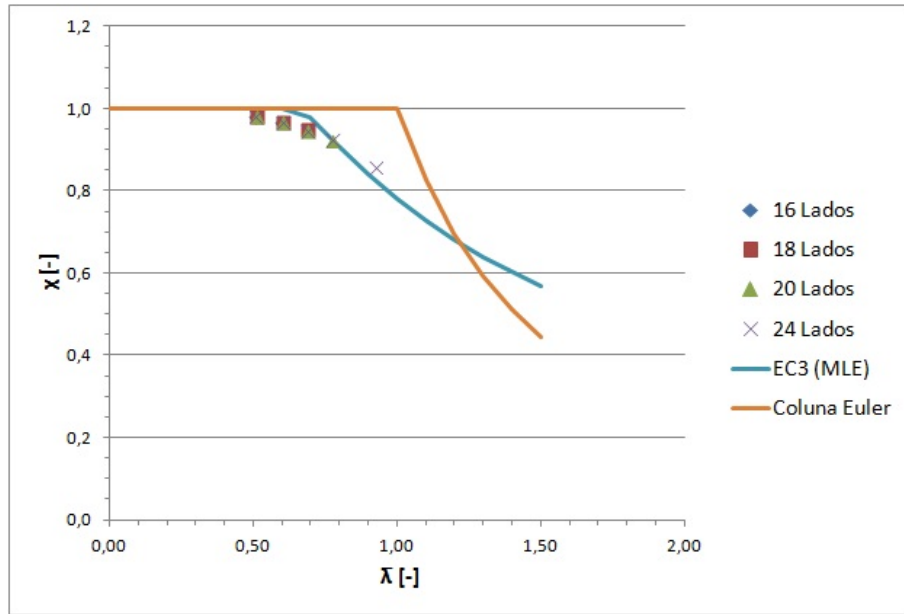


Figura 3.9: Gráfico fator de redução-esbelteza normalizada para o caso em que o modo de instabilidade distorcional é crítico, com imperfeição geométrica igual a $L/1000$.

Na figura 3.10, estão expressos os coeficientes de redução obtidos através do ADINA, para o caso em que o modo de instabilidade local é crítico. Observa-se que as colunas com secções de 4 e 6 lados possuem resistências últimas aproximadamente iguais, independentemente da sua esbelteza normalizada. No caso da secção de 12 lados, para baixas esbeltezas normalizadas, as resistências são semelhantes às das secções de 4 e 6 lados. Contudo, à medida que as esbeltezas normalizadas aumentam, as secções de 12 lados apresentam resistências superiores às das secções atrás referidas. À medida que o número de lados das secções transversais aumenta, as resistências das colunas tendem a aumentar: para o caso de $\bar{\lambda} = 3.00$, a secção de 24 lados apresenta uma resistência última 45% superior à da secção de 4 lados.

Comparando estes resultados com os obtidos através do EC3, verifica-se que no caso das secções de 4 e 6 lados e para $\bar{\lambda} < 2.50$, as resistências obtidas através do ADINA são ligeiramente inferiores às obtidas pelo MLE. Contudo, para $\bar{\lambda} \geq 2.50$, as resistências são praticamente iguais. Em relação à secção de 12 lados, esta coluna apresenta resistências ligeiramente inferiores às obtidas pelo EC3 para $\bar{\lambda} \leq 1.00$, resistências aproximadamente iguais para $\bar{\lambda} = 1.50$ e resistências superiores para $\bar{\lambda} > 1.50$. Verifica-se que quanto maior a esbelteza, maior é a diferença entre as resistências obtidas pelo ADINA e as

3.4. Comparação entre o ADINA e o EC3

calculadas pelo EC3. Quanto às secções de 18, 20 e 24 lados, estas apresentam resistências aproximadamente iguais às do EC3 para $\bar{\lambda} = 1.00$ e resistências superiores para $\bar{\lambda} > 1.00$. As resistências deste conjunto de secções são superiores às das secções de 12 lados.

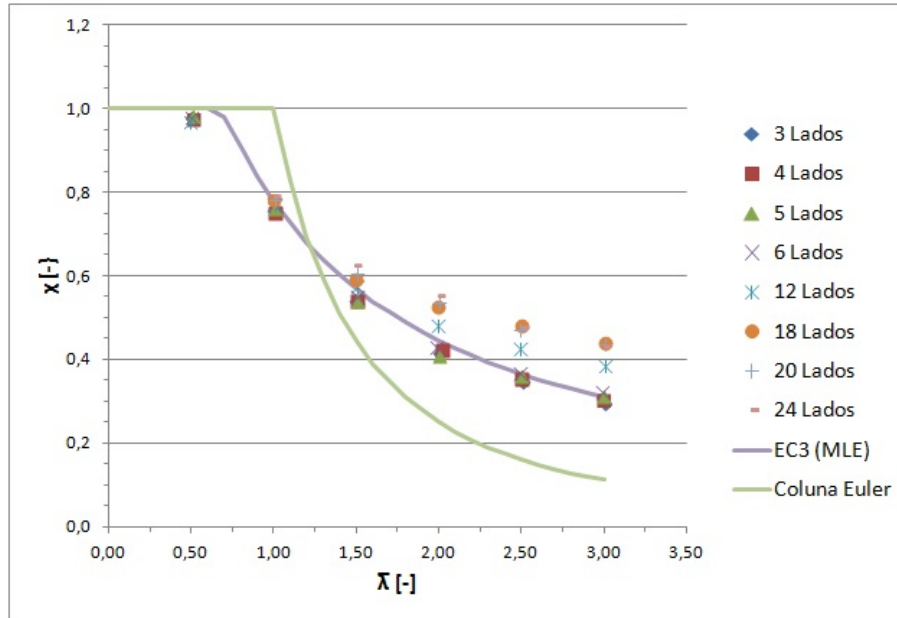


Figura 3.10: Gráfico fator de redução-esbelteza normalizada para o caso em que o modo de instabilidade local é crítico, com imperfeição geométrica igual a $b/200$.

Concluindo, verifica-se que a consideração de uma imperfeição geométrica equivalente com amplitude igual a $b/200$, no caso das secções de 4 e 6 lados, conduz a resistências obtidas através do ADINA aproximadamente iguais às obtidas pelo MLE. Contudo, à medida que o número de lados aumenta, as resistências fornecidas pelo ADINA são significativamente superiores às obtidas pelo MLE, principalmente para $\bar{\lambda} > 1.50$. Deste modo, o dimensionamento de colunas com secções transversais com um número elevado de lados através do MLE, conduz a soluções que estão do lado da segurança.

Capítulo 4

Conclusões e desenvolvimentos futuros

4.1 Conclusões

O trabalho realizado focou-se na análise dos fenómenos de instabilidade e resistência de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina.

No Capítulo 1 fez-se uma breve introdução, onde se fornece uma visão geral sobre este tipo de elementos estruturais. Foram referidos os principais campos de utilização, as vantagens e desvantagens na sua utilização em relação a outras soluções e o seu processo de fabrico e montagem.

No Capítulo 2 foi descrito o comportamento de estabilidade elástica deste tipo de colunas sob compressão uniforme. Foram abordados os principais tipos de instabilidade que podem ocorrer nestes elementos, nomeadamente instabilidade local, extensional, distorcional e global. Em particular, mostrou-se que a encurvadura local ou distorcional está sempre associada à mínima tensão de bifurcação.

No Capítulo 3 foi analisada a resistência de colunas tubulares com secção poligonal regular com recurso ao programa de elementos finitos ADINA. O capítulo foi iniciado com a descrição dos aspectos essenciais da modelação: a caracterização geométrica, as condições de fronteira, a modelação do material, as cargas aplicadas, a definição da malha de elementos finitos e a modelação das imperfeições geométricas. Foram estudadas secções transversais de 3, 4, 5, 6, 16, 18, 20 e 24 lados, em que para cada uma destas secções foram analisados diferentes valores de esbelteza normalizada. Os resultados obtidos pelas normas europeias

(EC3) foram comparados com os resultados obtidos pelo ADINA. As principais conclusões que foi possível retirar da análise dos resultados obtidos neste trabalho, relativamente ao efeito do modo de instabilidade distorcional na resistência de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina, são as seguintes:

- Todas as colunas deste tipo revelaram uma capacidade resistente próxima da resistência plástica das secções, concluindo-se assim que a distorção pouco afeta a resistência.
- Verifica-se que o Método da Largura Efetiva, preconizado pelo EC3, permite estimar com relativa precisão as resistências últimas de colunas que instabilizam num modo distorcional, apesar deste método não contabilizar o efeito da distorção.

Em relação ao efeito do modo de instabilidade local na resistência deste tipo de colunas, as conclusões obtidas foram as seguintes:

- A consideração de uma imperfeição geométrica com a configuração do 1º ou 2º modo de instabilidade, no caso de secções transversais de 3 e 5 lados, conduz a resistências últimas praticamente iguais, pelo que se conclui que a ocorrência de qualquer um dos modos não tem influência na resistência das colunas.
- Para secções transversais de 3, 4, 5 e 6 lados, as resistências últimas obtidas são muito próximas das preconizadas pelo EC3 para todos os valores de esbelteza normalizada ($\bar{\lambda}$) analisados.
- No caso de secções de 12, 18, 20 e 24 lados, as resistências últimas obtidas são superiores às preconizadas pelo EC3. Verifica-se que a diferença entre as resistências obtidas no ADINA e as do EC3 tende a aumentar à medida que o número de lados aumenta, particularmente para $\bar{\lambda} > 1.50$.

4.2 Desenvolvimentos futuros

Da análise deste trabalho, retira-se a necessidade de aprofundar o estudo do comportamento de colunas tubulares de aço com secção poligonal regular de parede fina sob compressão. É importante a realização de mais estudos que contemplem secções com uma maior variabilidade de lados, diferentes comprimentos, condições de apoio e tensões de cedência, e ainda imperfeições geométricas de diferentes amplitudes. Seria interessante também a realização de um estudo sobre a influência da interação entre os modos de instabilidade distorcional e local na resistência deste tipo de colunas. Propõe-se, por fim, um estudo onde

a resistência de colunas tubulares com secção poligonal regular com um elevado número de lados é comparada com aquela que é obtida a partir das regras para tubos de secção circular, prescritas na norma EN 1993-1-6 (Strength and Stability of Shell Structures).

Bibliografia

Bathe K. J., 2010. *ADINA system 8.7*. ADINA R&G Inc.

CEN (Comité Européen de Normalisation), 2006. *EN 1993-1-3 Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-3: General rules. Supplementary rules for cold-formed members and sheeting*. Comité Europeu de Normalização: Bruxelas, Bélgica.

CEN (Comité Européen de Normalisation), 2006. *EN 1993-1-5 Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-5: Plated structural elements*. Comité Europeu de Normalização: Bruxelas, Bélgica.

CEN (Comité Européen de Normalisation), 2010. *NP EN 1993-1-1 Eurocódigo 3: Projeto de estruturas de aço. Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. Comité Europeu de Normalização: Bruxelas, Bélgica.

Chattopadhyay A.P., Frink E., Xin X., Lease K.B., 2012. *Elastic Buckling characteristics of triangular tubes under uniaxial loading*. Thin-Walled Structures, vol. 52, p. 29-41.

Gonçalves R. e Camotim D., 2013. *Elastic buckling of uniformly compressed thin-walled regular polygonal tubes*. Thin-Walled Structures, Volume 71, p. 35-45.

Reis A. e Camotim D., 2012. *Estabilidade e dimensionamento de estruturas*. Edições Orion, Amadora, Portugal.

Schardt R., 1989. *Verallgemeinerte Technische Biegetheorie*. Springer-Verlag: Berlim, Alemanha.

Urutseg, 2009. *Mechanical equilibrium*. Wikimedia Foundation, Inc.